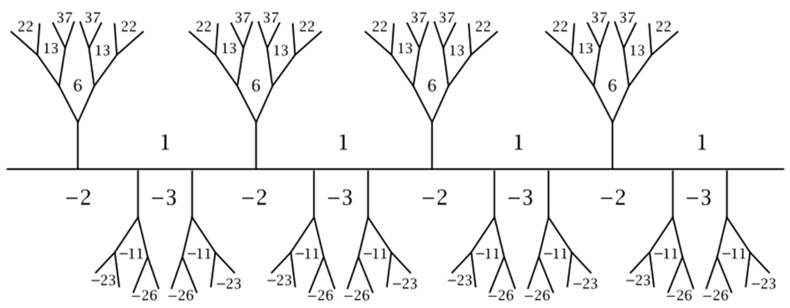
FACULTAD DE CIENCIAS

TRABAJOS DE FIN DE GRADO OFERTADOS
-GRADO EN MATEMÁTICAS-
CURSO 2018-2019

	TÍTULO	TUTOR	RESUMEN
1.	ELEMENTOS DE LA TEORÍA DE LOS GRUPOS LINEALES	CARLOS SANCHO DE SALAS	Se trata de dar una introducción a la teoría general de los grupos lineales (grupos de matrices). El trabajo consistirá en dar las definiciones de los objetos naturales asociados a un grupo: sus funciones, álgebra envolvente, álgebra de Lie, etc., así como sus propiedades y relaciones, para luego aplicarlo a hacer más natural y clara lo que ha sido su utilización en multitud de cuestiones en las que ha aparecido a lo largo del grado en Matemáticas. Casi todas estas aplicaciones resultarán del estudio elemental del álgebra envolvente del grupo, con especial hincapié en los conmutativos y más generalmente en los resolubles.
2.	ANILLOS Y MÓDULOS COHEN-MACAULAY (COHEN-MACAULAY RINGS AND MODULES)	ANA CRISTINA LÓPEZ MARTÍN	La teoría de módulos de Cohen-Macaulay sobre anillos locales noetherianos juega un papel central en el álgebra conmutativa. El objetivo de este trabajo es introducir al estudiante en dicha teoría y en sus aplicaciones a la geometría algebraica. Se pretende trabajar en dos líneas: algebraicamente, en la relación de los módulos Cohen-Macaulay con las sucesiones de Auslander-Reiten y, desde un punto de vista geométrico, en el tipo de singularidad que define el espectro de un anillo Cohen-Macaulay con un número finito de módulos Cohen-Macaulay. Se comenzará con las nociones de profundidad y dimensión proyectiva de un módulo, la fórmula (de Auslander-Buschbaum) que relaciona ambas y el complejo de Koszul. Se demostrarán las propiedades básicas de la categoría de módulos Cohen-Macaulay y de las sucesiones de Auslander-Reiten. Se trabajarán ejemplos de anillos Cohen-Macaulay y Gorenstein y, si fuera posible, se estudiará la estructura de dichos módulos sobre singularidades aisladas de dimensión 1 y 2 y su relación con la teoría de “matrix factorizations”.
3.	CONDICIONES DE ESCISIÓN PARA FIBRADOS VECTORIALES EN EL ESPACIO PROYECTIVO	DARÍO SÁNCHEZ GÓMEZ	El objetivo del trabajo es introducir al estudiante en el problema de determinar bajo qué circunstancias un fibrado vectorial en el espacio proyectivo descompone como suma directa de fibrados de línea. Para ello el estudiante deberá familiarizarse con las nociones y algunas propiedades básicas de los fibrados vectoriales y de los fibrados proyectivos. Además, se realizará un trabajo de revisión bibliográfica de los resultados conocidos más relevantes sobre dicho problema como son la clasificación de los fibrados vectoriales en curvas racionales dada por Grothendieck y el teorema de Horrocks.
4.	CUERPOS FINITOS	DARÍO SÁNCHEZ GÓMEZ	El objetivo de este trabajo de fin de grado es realizar un estudio de los fundamentos de la teoría de los cuerpos finitos y de alguna de sus aplicaciones. El estudiante deberá familiarizarse con las nociones básicas y propiedades de estos cuerpos. Se estudiará la existencia y unicidad de ellos, la estructura de sus subcuerpos y el hecho de que las unidades de un cuerpo finito es un grupo cíclico. Se analizará la teoría de extensiones finitas de cuerpos finitos viendo, por ejemplo, que toda extensión de cuerpos finitos es una extensión de Galois cuyo grupo de automorfismos es cíclico o la existencia de bases primitivas normales para toda extensión de cuerpos finitos. Una vez vistos los fundamentos básicos de la teoría de los cuerpos finitos se realizará un estudio de los polinomios definidos sobre ellos. En particular se analizará en detalle la irreducibilidad de estos polinomios, así como su factorización. Como aplicación se verá una breve introducción a la teoría de códigos algebraica.
5.	INVERSAS GENERALIZADAS EN ESPACIOS VECTORIALES DE DIMENSIÓN FINITA E INFINITA.	FERNANDO PABLOS ROMO	El trabajo consistirá en la recopilación, por parte del estudiante, de forma autónoma de resultados relacionados con inversas generalizadas tanto en espacios vectoriales de dimensión finita, como infinita. A partir de las definiciones clásicas de inversas de matrices no cuadradas a singulares (inversa de Drazin, inversa de Moore-Penrose o inversas reflexivas), el estudiante deberá interpretar dichos resultados a partir de aplicaciones lineales en espacios vectoriales de dimensión finita, hacer una aproximación de los mismos al ámbito de endomorfismos con núcleo no trivial en espacios vectoriales de dimensión infinita y utilizar estas nociones para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales.
6.	JACOBIANAS DE LAS CURVAS ALGEBRAICAS.	JOSÉ MARÍA MUÑOZ PORRAS	En este trabajo se describirá los resultados que permiten clasificar los divisores de una curva algebraica módulo la equivalencia lineal. Se pretende que se comprendan las dos líneas clásicas de construcción: la analítica y la algebraica. También se estudiarán algunos problemas clásicos como el morfismo de Abel (integrales abelianas). Un índice del trabajo

			podría ser el siguiente: Productos simétricos de curvas y clasificación de divisores efectivos, construcción analítica de las Jacobianas de superficies de Riemann compactas, construcción algebraica de las Jacobianas de curvas algebraicas, e integrales abelianas.
7.	CLASIFICACIÓN DE ISOMETRÍAS	Mª TERESA SANCHO DE SALAS	En este trabajo se pretende dar la clasificación de las isometrías de un espacio vectorial módulo la conjugación por isometrías. La primera parte consistirá en dar una introducción de los conceptos necesarios y propiedades elementales. Así mismo se dará el teorema que da la equivalencia entre isometrías en un k-espacio vectorial y métricas hermíticas sobre un anillo. La segunda parte consistirá en dar el teorema de clasificación dividiéndolo en tres teoremas de descomposición, invariantes y formas canónicas. La tercera parte consistirá en dar una descripción detallada de la clasificación en el cuerpo de los números reales y los cuerpos finitos.
8.	BASES EN ESPACIOS DE BANACH	ÁNGEL TOCINO GARCÍA	Partiendo del concepto de base de Schauder en un espacio de Banach, de sus propiedades elementales y de ejemplos básicos estudiados en la asignatura Análisis Funcional se plantea el problema de existencia de bases bajo diferentes supuestos. Nuevos conceptos como los de sucesión básica, bases equivalentes, bases incondicionales, sistemas biortogonales, etc. permiten abordar resultados que responden algunas de las cuestiones, ya que otras permanecen sin resolver. Se estudia también la relación de la existencia de bases en un espacio y su dual, generalizando el estudio al caso de bases definidas con topologías diferentes a la de la norma.
9.	FUNCIONES HOLOMORFAS DE VARIAS VARIABLES	JESÚS RODRÍGUEZ LOMBAR	Se trata de estudiar la parte más elemental de la teoría de funciones de varias variables complejas y extender los conceptos bien conocidos sobre funciones holomorfas en el plano: función analítica, ecuaciones de Cauchy-Riemann, fórmula integral de Cauchy, etc. Es fácil demostrar que una función continua y separadamente holomorfa en cada variable es holomorfa; el teorema de Hartogs asegura que la condición de continuidad es superflua, aunque su demostración requiere algo de trabajo. Con el estudio de las singularidades y la prolongación analítica se apreciarán notables diferencias entre la teoría de funciones de una y varias variables; por ejemplo, el cierre del conjunto de singularidades de una función analítica de más de una variable no puede ser compacto; en particular toda singularidad aislada es evitable, en contraste con lo que ocurre con las funciones de una variable. En este contexto aparecen los dominios de holomorfía, dominios en los que existe alguna función holomorfa que no se puede extender a una región mayor. Todo subconjunto abierto del plano complejo es un dominio de holomorfía; pero esta afirmación ya no es cierta para funciones de más de una variable. El trabajo que se propone consiste en el estudio de los temas expuestos, lo que servirá de base para estudios posteriores sobre funciones de varias variables complejas (propiedades algebraicas del haz de gérmenes de funciones holomorfas en un punto o variedades de Stein).

10.	FORMAS CUADRÁTICAS BINARIAS SOBRE LOS ENTEROS	LUIS MANUEL NAVAS VICENTE	Una forma cuadrática binaria es una función de la forma $Q(x,y)=ax^2+bxy+cy^2$. En la teoría de números, a,b,c,x,y se restringen a valores enteros, y al hablar de soluciones de ecuaciones, se entiende que son soluciones en enteros. El problema fundamental es determinar qué enteros son valores de dichas formas. Por ejemplo, para $Q(x,y)=x^2+y^2$, la pregunta es qué números son sumas de dos cuadrados. Tenemos $2018=13^2+43^2$ y salvo permutación, $(13,43)$ es la única solución. En cambio, 2019 no es suma de dos cuadrados. Aunque de apariencia inocente, como suele ocurrir con muchos de los problemas famosos de la teoría de números, la respuesta a este tipo de preguntas es sorprendentemente complicada (lo puede comprobar cualquiera al intentar averiguar por su cuenta el patrón para los dos cuadrados). Otro ejemplo es la ecuación de Pell, $x^2-ny^2=1$, que se ha estudiado desde hace más de dos mil años. Tiene infinitas soluciones, estrechamente relacionadas con las fracciones continuas, que son expresiones infinitas del tipo $$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cdots}}}=\varphi$$ (esta converge a la razón áurea). En cambio, para la ecuación $x^2-ny^2=-1$, no se ha encontrado un criterio sencillo que nos diga exactamente para cuáles n hay soluciones. Gauss, en su famoso libro *Disquisitiones Arithmeticae,* dio estructura de grupo a las formas cuadráticas binarias y un sistema de clasificación, agrupándolas por discriminantes y dividiéndolas en un número finito de clases de equivalencia. Entender cómo varía este número de clases sigue proporcionando problemas abiertos de investigación en la actualidad. El tema es muy amplio, algo típico de los problemas de largo recorrido en la teoría de números, que sirven de catalizadores para desarrollar teorías abstractas a la vez que numerosas aplicaciones. Para abordarlo se necesitan herramientas de todas las ramas de las matemáticas, lo cual permite mucha libertad de elección en cuanto al enfoque que se le quiera dar y los conocimientos necesarios. Está relacionado con el Álgebra Conmutativa, la Teoría de Galois, la Geometría Algebraica, el Análisis Complejo y el Análisis Armónico. Para este trabajo se propone estudiar, además de la teoría clásica, una insospechada construcción geométrica relacionada con la Teoría de Grafos, el topógrafo de Conway, que representa gráficamente los valores de una forma cuadrática binaria como regiones poligonales acotadas en el plano. Al transformar estas regiones, aparecen estructuras de árboles, como la que mostramos en la figura para la forma cuadrática x^2-3y^2. Pueden observarse los valores $Q=1$, correspondientes a la ecuación de Pell, a lo largo de una recta, con los demás valores «creciendo» en árboles hacia arriba (valores positivos) y hacia abajo (valores negativos), repitiéndose periódicamente. Es una novedosa manera de entender las formas cuadráticas binarias.

			$Q_1(x, y) = x^2 - 3y^2$ 
11.	UNA INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO UMBRAL CLÁSICO. POLINOMIOS ORTOGONALES	Mª JESÚS SENOSIAIN ARAMENDÍA	El Cálculo Umbral clásico, como se conoció desde 1850 hasta los años ‘70 consistía en unas técnicas simbólicas para manipular sucesiones cuyo rigor matemático dejaba mucho que desear pero que produjo ciertos resultados relevantes. En los años ’70 G. C. Rota empezó a construir una teoría rigurosamente fundamentada basada en las ideas de funcionales lineal, operadores lineales y adjuntos. Esta teoría es el tema a estudiar en este trabajo. Además se incluye el estudio de una clase de sucesiones llamadas sucesiones de Scheffer, y en particular las sucesiones de Appell, y su relación con conocidas familias de polinomios ortogonales que aparecen a menudo en aplicaciones Físicas, Combinatoria, etc
12.	WAVELETS Y MÚSICA	MERCEDES MALDONADO CORDERO	La Transformada de Fourier es ampliamente utilizada en el procesamiento y análisis de señales, con resultados satisfactorios en los casos en que estas señales son periódicas y lo suficientemente regulares (como las ondas sonoras producidas por un diapasón), aunque no ocurre lo mismo para el análisis de señales fugaces o con cambios abruptos (como la palabra hablada o el golpe de un tambor). Una herramienta matemática que permite resolver estos problemas es la Transformada Wavelet, que permite concentrarse en fenómenos transitorios y de alta frecuencia. En este trabajo se pretende hacer un estudio básico de las wavelets y de alguna de sus aplicaciones a la música.
13.	APLICACIONES HOLOMORFAS PROPIAS ENTRE SUPERFICIES DE RIEMANN	PASCUAL CUTILLAS RIPOLL	Deberá realizarse en primer lugar una presentación de los conceptos y resultados básicos relacionados con las superficies de Riemann o sea, las variedades complejas de dimensión 1. Después de esto se introducirán brevemente aquellas ideas y resultados sobre la teoría de revestimientos de una variedad topológica, cuya presentación sea conveniente para poder usarlas en el resto del trabajo. Una vez expuestos estos preliminares, se estudiarán las propiedades de las aplicaciones holomorfas, propias y no constantes entre superficies de Riemann, incluyendo su relación con los revestimientos ramificados holomorfos entre superficies de este tipo. Posteriormente se pasará a enunciar y demostrar el teorema de extensión de esta clase de aplicaciones, cuando la segunda de las superficies sea el abierto complementario de algún subconjunto discreto de otra superficie de Riemann. Finalmente, como aplicación, se verá cómo puede definirse de modo natural una estructura holomorfa en el complementario de los puntos singulares de una curva proyectiva plana algebráica e irreducible, y se demostrará que hay una única superficie de Riemann compacta

			que coincide con el citado complementario salvo un conjunto finito de puntos.
14.	SEMIGRUPOS Y APLICACIONES A LAS ECUACIONES EN DERIVADAS PARCIALES	RICARDO J. ALONSO BLANCO	La teoría de semigrupos, en el contexto de las ecuaciones en derivadas parciales de evolución, trata de resolverlas considerándolas como ecuaciones diferenciales ordinarias en espacios infinito dimensionales. Grosso modo, consiste en generalizar las propiedades de la exponencial de matrices (con la que se integran los sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarios lineales de coeficientes constantes) a la situación en que, en vez de ello, se consideran cierto tipo de operadores entre espacios de Banach o Hilbert. La tarea a realizar consistirá en presentar lo más básico de esta teoría y un cierto número de aplicaciones a ecuaciones concretas. Para el mejor desarrollo de este trabajo es muy recomendable que el alumno haya cursado la asignatura de Análisis Funcional y, a ser posible, también la de Análisis Armónico.
15.	APLICACIONES ARMÓNICAS ENTRE VARIEDADES RIEMANNIANAS	ANTONIO LÓPEZ ALMOROX	Las aplicaciones armónicas entre variedades riemannianas son soluciones de problemas variacionales asociados a la denominada energía de una tal aplicación Este concepto sintetiza y generaliza ciertas nociones esenciales de Geometría Diferencial tales como las geodésicas (relacionados con las aplicaciones armónicas en una dimensión), las superficies mínimas (relacionados con las aplicaciones armónicas en dos dimensiones), inmersiones isométricas (que aparecen en el estudio de difeomorfismos armónicos en dominios bidimensionales) o las funciones y campos vectoriales armónicos. Las aplicaciones armónicas están estrechamente relacionadas también con las aplicaciones holomorfas de varias variables complejas y aparecen en teoría de los procesos estocásticos, en la teoría de campos no lineales en Físicas Teórica, etc. El trabajo que se propone es un trabajo de revisión bibliográfica e investigación sobre las aplicaciones armónicas entre variedades riemannianas. El objetivo fundamental es analizar los aspectos y propiedades geométricas básicas de dichas aplicaciones desde un punto de vista intrínseco geométrico y del cálculo de variaciones. Para ello el/la estudiante deberá inicialmente familiarizarse con los fibrados vectoriales sobre variedades diferenciables, sus operaciones y las leyes de derivación covariantes inducidas de manera natural sobre los mismos. Deberá también conocer y utilizar los operadores diferenciales naturales asociados a una variedad riemanniana que sean necesarios para el desarrollar este trabajo, así como los conceptos de segunda forma fundamental de una aplicación diferenciable entre variedades riemannianas y el campo de tensiones de la misma que permite introducir las aplicaciones armónicas como aplicaciones de tensión nula. El estudiante deberá buscar en la literatura diferentes aplicaciones geométricas y ejemplos de este concepto y tales como las inmersiones isométricas, estudio de superficies de curvatura media constante, etc. En una segunda fase, el/la estudiante deberá también mostrar cómo dichas aplicaciones armónicas aparecen como los valores críticos del problema variacional asociado a la funcional energía de la aplicación. Posteriormente analizará la segunda fórmula de variación para establecer la estabilidad de estas aplicaciones en términos del espectro del operador de Jacobi correspondiente y analizar, por ejemplo, el teorema de Xin sobre la inestabilidad de las aplicaciones armónicas sobre la esfera o el teorema de Smith sobre estabilidad de la aplicación identidad. Dependiendo del desarrollo del programa anterior, se le propondrá analizar los aspectos geométricos riemannianos tras el método del flujo del calor que permite establecer y demostrar la existencia de aplicaciones armónicas entre dos variedades y tratar de entender el teorema de Eells y Sampson sobre que cualquier aplicación continua entre dos variedades riemannianas compactas puede deformarse homotópicamente a una aplicación armónica bajo ciertas condiciones sobre la curvatura

16	CLASIFICACIÓN DE FIBRACIONES EN ESPACIOS PROYECTIVOS SOBRE CURVAS ELÍPTICAS	CARLOS TEJERO PRIETO	En este trabajo se abordará la clasificación de las variedades fibradas en espacios proyectivos sobre curvas elípticas. Para conseguir dicho objetivo se estudiará la equivalencia de dichas variedades con las proyectivizaciones de los fibrados vectoriales sobre las curvas elípticas. La obtención de la clasificación se basará de modo clave en la descripción de los fibrados vectoriales sobre curvas elípticas que fue realizada por Atiyah. En particular se analizará en detalle el caso de las superficies regladas sobre las curvas elípticas que corresponde al caso en el que las fibras son rectas proyectivas
17	DEFORMACIONES DE VARIEDADES ALGEBRAICAS Y MÓDULI LOCAL.	DANIEL HERNÁNDEZ RUIPÉREZ	El trabajo es una introducción a la teoría de deformaciones de variedades algebraicas no singulares con especial énfasis en el caso de curvas algebraicas. La teoría de deformaciones permite abordar problemas de móduli local de variedades algebraicas de modo constituyendo un método para conocer la estructura local de los "espacios de móduli", es decir, de los espacios cuyos puntos se corresponden con las variedades de una determinada familia. Un ejemplo será el de la familia de las curvas algebraicas no singulares de género fijo. Esta familia puede dotarse (bajo ciertas hipótesis que no serán importantes para el trabajo) de la estructura de una variedad algebraica. La teoría de las deformaciones permite en este caso determinar como es esta variedad en "un entorno del punto correspondiente a una curva prefijada" y determinar su dimensión. El estudiante tendrá la oportunidad de utilizar diversas técnicas de álgebra conmutativa y geometría algebraica en un problema concreto. Deberá revisar la teoría de derivaciones y diferenciales, estudiar el concepto de deformación infinitesimal de una variedad y su relación con derivaciones locales (o vectores tangentes) y calcular el espacio de estas deformaciones, primero en el caso afín, y luego en general como un grupo de cohomología. Para eso tendrá que utilizar métodos de álgebra conmutativa en el caso afín, y métodos cohomológicos en el caso general. Finalmente, deberá comprender la relación entre las deformaciones y los espacios de móduli locales.
18	: ÁLGEBRAS DE FROBENIUS: UNA INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS TOPOLÓGICA DE 2 DIMENSIONES.	DANIEL HERNÁNDEZ SERRANO	El trabajo pretende introducir al estudiante en la teoría cuántica de campos topológica de 2-dimensiones (2dTQFT) desde un punto de vista puramente matemático. La motivación es la existencia de una equivalencia entre la categoría de 2dTQFT y la de álgebras de Frobenius conmutativas. No se pretende que el estudiante haga un estudio profundo de este equivalencia, sino de que aprenda con rigor las álgebras de Frobenius y sea capaz de ilustrar la idea de esta equivalencia definiendo matemáticamente qué se entiende por una 2dTQFT. El estudiante deberá hacer un breve repaso de álgebra lineal y álgebra tensorial, recordar la noción de álgebra y aprender la de coálgebra, hacer un breve estudio de definiciones básicas de módulos para con ello ser capaz de definir las álgebras de Frobenius, dar sus propiedades y expresar dichas propiedades en términos de superficies topológicas, que deberá definir también con rigor. Finalmente, ha de ser capaz de aprender y explicar nociones básicas del lenguaje categorial y functorial para dar sucintamente la idea que motiva este trabajo.
19	: REVESTIMIENTOS CÍCLICOS DE CURVAS NO SINGULARES.	ESTEBAN GÓMEZ GONZÁLEZ	Toda curva con grupo de automorfismos no trivial puede ser entendida como un revestimiento cíclico entre curvas lisas. Se propone realizar un estudio de tales revestimientos, hasta alcanzar una equivalencia entre revestimientos cíclicos de grado distinto de la característica del cuerpo base y unos datos de construcción sobre la curva base; concretamente, un divisor efectivo y un haz de línea verificando ciertas condiciones. Dicha equivalencia es totalmente explícita y constructiva lo cual permite dar la estructura local y global del revestimiento a partir de los datos de construcción. Además se puede determinar, en función de los datos de construcción del revestimiento, las propiedades geométricas del revestimiento y determinar los isomorfismos entre ellos. Esto permite generalizar la construcción al caso relativo y deducir el teorema de equivalencia de datos de construcción dado por Cornalba a partir del cálculo local del revestimiento. En el caso de que el estudiante esté interesado, se puede estudiar la relación que existe entre los datos de construcción dados y la teoría de grupos Fuchsianos.

20.	ESQUEMAS PROYECTIVOS / PROJECTIVE SCHEMES	FERNANDO SANCHO DE SALAS	Se trata de dar la construcción del esquema proyectivo asociado a un álgebra graduada, en particular el esquema espacio proyectivo. Seguidamente se estudiarán los haces quasi-coherentes y coherentes sobre un esquema proyectivo. Se estudiará el functor de puntos del espacio proyectivo. La segunda parte consistirá en dar los teoremas fundamentales sobre la cohomología de los haces coherentes de un esquema proyectivo (teoremas de finitud, teoremas de anulación, etc), haciendo un estudio más particular de la cohomología del espacio proyectivo.
21.	RELACIONES ENTRE FUNCIONES TAU Y FUNCIONES THETA	FRANCISCO JOSÉ PLAZA MARTÍN	El trabajo propuesto consiste en realizar una revisión bibliográfica, a partir de las referencias principales 3 y 4, sobre las expresiones de las funciones tau de las jerarquías KP y KdV provenientes de datos geométricos y la función theta de la curva correspondiente. Se pretende que el estudiante entienda y sea capaz de explicitar el proceso que construye la función tau a partir de una superficie de Riemann (con una base de homología), un punto y un parámetro en el punto. En función del desarrollo podrían abordarse un segundo aspecto, como una iniciación a la investigación, en la que el resultado de la referencia 1 se interpretaría de manera algebraica en términos de la grassmanniana infinita con las herramientas de la referencia 2
22.	SUPERFICIES MÍNIMAS, REPRESENTACIÓN DE WEIERSTRASS.	PABLO M. CHACÓN	El estudio de las superficies mínimas del espacio euclídeo forma parte de la Geometría Diferencial clásica, prácticamente desde sus inicios. Se puede considerar que el problema inicial es determinar grafos sobre dominios del plano R2 con la menor área posible y con valores prefijados en la frontera del dominio. Con este planteamiento, las superficies mínimas son soluciones de una ecuación en derivadas parciales no lineal y elípitica. Con posterioridad, la interpretación geométrica de estas soluciones llevó a ampliar la definición de superficie mínima como aquellas cuya curvatura media es idénticamente cero. Para este Trabajo de Fin de Grado se propone revisar las propiedades iniciales y los ejemplos clásicos de superficies mínimas, con un estudio detallado de la aplicación de Gauss de la superficie. En particular, la llamada representación de Enneper-Weierstrass establece una fuerte relación entre las superficies mínimas y el análisis complejo. Fue Osserman en los años 60 quien retomó estas técnicas dando un gran impulso a la teoría de superficies mínimas completas. Con posterioridad, el ejemplo descubierto por Costa haciendo uso de la representación de Enneper-Weiertrass supuso el inicio de la búsqueda de nuevos ejemplos y clasificación de superficies mínimas con geometría prescrita. Es por tanto también un objetivo de esta propuesta de Trabajo de Fin de Grado el iniciarse este tipo de técnicas. Una vez alcanzado el núcleo de la propuesta aquí descrito, el interés del estudiante puede encaminar el trabajo a un análisis más profundo de otro tipo de propiedades (curvatura total, teoremas de clasificación...), aplicaciones, generalizaciones a otros espacios ambientes u otras dimensiones, etc. Para el desarrollo de esta propuesta se recomienda haber cursado las asignaturas Geometría Diferencial II y Análisis Complejo II.
23.	CADENAS DE MARKOV ERGÓDICAS	MARÍA JESÚS RIVAS LÓPEZ	Las cadenas de Markov son un tipo de proceso estocástico ampliamente utilizado. En este trabajo se realizará un estudio sobre Cadenas de Markov fundamentalmente sobre las homogéneas. Distinguiendo las diferentes distribuciones que aparecen en una cadena de Markov y que pueden determinarla. Se estudiará la relación de equivalencia dada por la comunicación entre estados, cuyas clases de equivalencia determinan el Teorema de descomposición de una cadena de Markov. Así mismo se estudiará el comportamiento a corto plazo de una cadena: Probabilidades de primera visita a un estado y su comportamiento a largo plazo: distribuciones estacionaria y límite.
24.	CREACIÓN DE UNA CARTERA CON MÍNIMO DRAWDOWN	JESÚS VIGO AGUIAR	Se trata de un trabajo para aquellos alumnos que hayan cursado asignaturas de métodos numéricos III y métodos numéricos en finanzas. Para establecer una cartera hay que determinar los títulos que la componen y el peso o ponderación de cada uno de ellos dentro de ella. Dentro de la cartera de valores, los inversores pueden abrir posiciones cortas en un activo si consideran que va a caer, o abrir posiciones largas en un activo si consideran que va a subir. Al ir teniendo y combinando posiciones tanto cortas como largas en una cartera de valores nos vamos descorrelacionando de aquello que

			hacen los mercados. El alumno deberá seleccionar al principio del trabajo en febrero una serie de activos financieros y crear una cartera. El criterio para la elección de activos se mostrará en el trabajo. Se basará en el ajuste de ecuaciones BS. Durante los meses de marzo y abril deberá hacer correcciones a la cantidad de cada activo que contiene la cartera creada siguiendo métodos numéricos de optimización estudiados en la carrera y que se expondrán en la memoria. El drawdown de una cartera es la diferencia entre nuestro capital actual y el máximo capital que hemos tenido anteriormente en nuestra cartera (siempre excluyendo aportes y retiradas de dinero). El alumno minimizara su máximo en un periodo determinado. Durante el mes de mayo se realizarán las comparaciones de la cartera con sus índices de referencia y se indicara el porcentaje de éxito obtenido. Es imprescindible haber cursado las asignaturas mencionadas, empezar desde el primer día y facilidad de programación.
25	MÉTODOS RUNGE-KUTTA PARA RESOLVER SISTEMAS DE EDOS RÍGIDOS (O STIFF)	JESÚS MARTÍN VAQUERO	Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) de tipo *stiff* son muy comunes en una gran variedad de áreas. Especialmente son habituales tras la semi-discretización en las variables espaciales de ecuaciones en derivadas parciales (EDPs) no lineales en varias dimensiones. En bastantes de estos casos los métodos explícitos son costosos debido a sus propiedades de estabilidad. Si las dimensiones de los sistemas son muy grandes, los métodos implícitos también pueden enfrentarse a grandes dificultades. En este Trabajo Fin de Grado se pedirá al alumno que haga un estudio del arte de los métodos más habituales para resolver este tipo de problemas, describiendo sus ventajas e inconvenientes. Y a continuación que trabaje en alguno de los algoritmos más habituales y haga una comparativa de los mismos en algún problema concreto.
26	AUTOMORFISMOS DE G-ESTRUCTURAS	ANTONIO FERNÁNDEZ MARTÍNEZ M. TERESA DE BUSTOS MUÑOZ	Dada una estructura matemática, uno de los objetos matemáticos básicos es su grupo de automorfismos. El objeto de este Trabajo Fin de Grado es el estudio de los grupos de automorfismos de estructuras geométrico-diferenciales. Más concretamente, se verá una teoría general de automorfismos con especial énfasis en la cuestión de cuándo el grupo de automorfismos puede ser dotado de una estructura de grupo de Lie. El concepto de G-estructura permitirá tratar de una forma unificada muchas de las estructuras geométricas. El trabajo comenzará con la definición de G-estructura de una variedad diferenciable como un subfibrado del fibrado principal de las referencias lineales de la variedad, con grupo estructural G. De este modo, el alumno adjudicatario de este trabajo deberá contar con un conocimiento sólido de la teoría de fibrados principales, fibrados asociados y conexiones.
27	ESTABILIZACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS MEDIANTE BURBUJAS	Mª ISABEL ASENSIO SEVILLA	El Método de Elementos Finitos (MEF) standard aplicado a problemas de convección-difusión con convección dominante conduce a esquemas numéricos inestables, debido a que las soluciones exactas no son suaves. Existen métodos clásicos de estabilización pero en este TFG se estudiará, en contraposición a estos métodos clásicos, el método de las burbujas, que plantea el enriquecimiento del espacio finito dimensional donde el MEF calcula las soluciones aproximadas, mediante lo que se conocen como funciones burbuja
28	APLICACIÓN DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES AVANZADAS AL RECONOCIMIENTO DE IMÁGENES	QUINTÍN MARTÍN MARTÍN	En este trabajo el alumno deberá adentrarse en el conocimiento de las redes neuronales artificiales básicas (perceptrón, FBR, etc) y avanzadas (convolucionales, de creencia, generativas, Kohonen, etc.). El ámbito de reconocimiento de imágenes se centrará en el campo forense. Se trabajará con las redes neuronales que predigan o clasifiquen un suceso (perceptrón multicapa) y con las que nos ayuden al reconocimiento de imágenes (redes neuronales avanzadas).
29	ANÁLISIS DE REDES COMPLEJAS Y ANÁLISIS TOPOLÓGICO DE DATOS: UN MATRIMONIO DE CONVENIENCIA	ÁNGEL MARTÍN DEL REY DARÍO SÁNCHEZ GÓMEZ	Hoy en día es de vital importancia el desarrollo de técnicas y metodologías que permitan analizar de manera eficiente la información y tomar decisiones. Muchos fenómenos o situaciones que suceden en la vida real se pueden modelizar como una red compleja, de manera que el análisis matemático de sus propiedades estructurales nos aporta un importantísimo conocimiento sobre la forma en la que la información fluye por las mismas (tanto a nivel espacial como temporal). El Análisis de Redes Complejas es una disciplina matemática, relativamente reciente, cuyo objetivo principal es el comentado anteriormente: mediante la definición de diferentes medidas de centralidad es posible conocer la importancia estructural de los distintos elementos en los diferentes tipos de redes (redes regulares, redes aleatorias, redes de mundo pequeño o redes de escala libre). En los últimos diez años se ha desarrollado el denominado Análisis Topológico de Datos (Topological

			Data Analysis -TDA-, en inglés), basado en la Topología Algebraica [3, 4], y cuyo objetivo es desarrollar métodos matemáticos, estadísticos y algorítmicos para analizar las complejas estructuras topológicas y geométricas subyacentes a la información o a los datos representados como puntos en espacios métricos [5, 10]. Más recientemente, han aparecido trabajos en la literatura científica en donde ponen en relación ambas disciplinas y muestran el potencial de su uso combinado a la hora del análisis de datos [1, 2, 6, 7, 8, 9]. El objetivo de este trabajo fin de grado es analizar de manera detallada la relevancia del Análisis Topológico de Datos en el estudio de los sistemas complejos mediante la exposición de los conceptos y demostración de los resultados matemáticos más importantes y su posterior aplicación en diferentes situaciones de la realidad. De manera más concreta, se pretende lo siguiente: 1.Estudiar de manera detallada la noción de complejo simplicial y de homología persistente. 2.Estudiar de manera detallada los diferentes tipos de redes complejas y las principales medidas de centralidad asociadas. 3.Analizar las diferencias entre la modelización en términos de redes complejas y de complejos simpliciales. 4.Traducir el concepto de medida de centralidad al ámbito de los complejos simpliciales. 5. Esbozar el uso del Análisis Topológico de Datos en el caso del estudio de las redes eléctricas y de las redes de sensores inalámbricos. Se trata de un proyecto multidisciplinar en el que se van a estudiar y utilizar diferentes herramientas matemáticas de índole muy diversa. Además, no pretende ser un mero estudio teórico, sino que tiene también vocación claramente aplicada en tanto en cuanto se pretenden utilizar los desarrollos teóricos para analizar situaciones reales. En este sentido no sólo se trata de una revisión original de conceptos ya conocidos, sino que se pretende realizar un pequeño trabajo de investigación original explicitado en la aplicación al análisis de redes eléctricas y de sensores inalámbricos.
30.	SEMIGRUPOS DE MARKOV PARA PROCESOS ESTOCÁSTICOS DE DIFUSIÓN	FRANCISCO J. VILLARROEL RODRÍGUEZ	El trabajo pretende estudiar determinados procesos de Markov en tiempo continuo, con especial énfasis en las propiedades del semigrupo de transición y correspondientes ecuaciones de Kolmogorov, generadores infinitesimales, dominio de estos y resolvente. Los semigrupos de Markov son familias de operadores en espacios de funciones continuas, que satisfacen ciertas propiedades de continuidad en sentido Feller. El trabajo abordará tentativamente la teoría de Feller de comportamiento y condiciones de frontera, así como una posible clasificación de barreras absorventes,reflejantes, pegajosas en términos del dominio del generador.