



---

**\*DEPARTAMENTO DE –FÍSICA APLICADA**

---

**PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO**

**GRADO EN FÍSICA**

**CURSO 2017/2018**

1. **Título:** Caracterización y aplicaciones de las Radiaciones no Ionizantes  
**Title:** Characterization and applications of Non-Ionizing Radiations

**Tutor:** Ana García Flores

**Descripción del trabajo:** Las radiaciones no ionizantes han despertado gran interés debido a sus posibles usos en el campo de la medicina (terapia y diagnóstico). Asimismo, en los últimos tiempos se ha incrementado el uso de equipamiento generador de este tipo de radiación (láser, microondas, telefonía móvil, etc.); tanto en el ámbito industrial como en el biomédico. Por otro lado, esto ha provocado que la preocupación en la sociedad se haya incrementado debido a los posibles efectos biológicos nocivos para los ciudadanos.

Dada la heterogeneidad de las radiaciones incluidas dentro del grupo general de electromagnéticas no ionizantes, analizaremos los distintos tramos del espectro en forma individual centrándonos en el intervalo de las radiofrecuencias, intervalo en el que se sitúa la Imagen por Resonancia Magnética.

**Área de conocimiento preferente:** Electromagnetismo

**Asignaturas de grado relacionadas:** Electromagnetismo I y II, Electrodinámica clásica

**Tipo:** Trabajo de revisión e investigación bibliográfica

**Modalidad:** Específico

**Bibliografía:**

ICNIRP statement on diagnostic devices using non-ionizing radiation: existing regulations and potential health risks. Health Physics. 113(2):149-150, August 2017 DOI: 10.1097/HP.0000000000000654

Magnetic Resonance Imaging: Physical principles and Sequence design. R.W. Brown et al. John Wiley & Sons, New York, 2014



---

**\*DEPARTAMENTO DE –FÍSICA APLICADA**

---

**PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO**

**GRADO EN FÍSICA**

**CURSO 2017/2018**

**Tipo:** Trabajo de revisión e investigación bibliográfica

**Modalidad:**

- Específico
- General

Nº de alumnos :

## **Propuesta de Trabajo Fin de Grado. Grado en Física**

**Título:** Estudio de una mezcla de esferas duras aditivas confinada (Study of additive, confined hard-sphere mixtures)

**Tutor:** Antonio González Sánchez

**Modalidad:** individual

**Área de conocimiento en la que se encuadra el trabajo:** Física Aplicada.

**Tipo:** Trabajo teórico-experimental.

**Asignaturas del Grado relacionadas con la propuesta:** Física Estadística, Física Estadística Avanzada, Física Computacional

**Descripción del trabajo:** Un fluido de esferas duras es el compuesto por partículas esféricas que no pueden interpenetrarse pero que carecen de cualquier otra interacción. Si todas las esferas tienen el mismo tamaño se habla de fluidos monocomponente, pero si hay varios tamaños se habla de mezcla de esferas duras. En este trabajo se pretende estudiar el comportamiento de una mezcla binaria de esferas duras confinada entre dos paredes duras planoparalelas. Se estudiarán tanto propiedades microscópicas (el perfil de densidad) como macroscópicas (adsorción), empleando tanto herramientas aproximadas de tipo teórico como de simulación por ordenador.

**Bibliografía:** J.-P. Hansen e I. R. McDonald, *Theory of Simple Liquids : with applications to soft matter*, Elsevier/AP, Amsterdam, 4th ed. (2013). R. Evans, in *Fundamentals of Inhomogeneous Fluids*, ed. por D. Henderson, Dekker, New York (1992).

## **Propuesta de Trabajo Fin de Grado. Grado en Física**

**Título:** Estudio de la transición de fase líquido-vapor en el fluido de Lennard-Jones (Study of the liquid-vapour transition in the Lennard-Jones fluid)

**Tutor:** Antonio González Sánchez

**Modalidad:** individual

**Área de conocimiento en la que se encuadra el trabajo:** Física Aplicada.

**Tipo:** Trabajo teórico-experimental.

**Asignaturas del Grado relacionadas con la propuesta:** Física Estadística, Física Estadística Avanzada, Física Computacional

**Descripción del trabajo:** El potencial de interacción de Lennard-Jones es un modelo de potencial interpartícula muy utilizado en el estudio de fluidos, ya que recoge bastante bien las propiedades de los gases cuyas moléculas tienen simetría esférica, como los gases nobles. En particular, y a diferencia de otros modelos como las esferas duras, este potencial presenta una transición de fase líquido-vapor similar a la que se da en los fluidos simples reales. En este trabajo se empleará el método de simulación Montecarlo en la colectividad de Gibbs para estudiar las densidades en la coexistencia líquido-vapor para un fluido de Lennard-Jones. En particular se estudiará la influencia de cortar o no (*cut-off*) el potencial y cómo afecta al diagrama de fases.

**Bibliografía:** J.-P. Hansen e I. R. McDonald, *Theory of Simple Liquids : with applications to soft matter*, Elsevier/AP, Amsterdam, 4th ed. (2013). A. Z. Panagiotopoulos, *Mol. Phys.* **61**, 813-826 (1983)

# Propuesta de Trabajo de Fin de Grado

**Tutor académico:** Luis López Díaz

**Título en español:** Simulación de movimiento de cargas en materiales conductores

**Título en inglés:** Simulation of charge dynamics in conductors

**Descripción del trabajo:** Cuando se introduce carga en un conductor ésta se redistribuye hasta alcanzar el equilibrio, situación en la cual toda la carga está colocada sobre la superficie de forma que el campo en el interior es nulo. Este proceso ocurre en un tiempo muy corto y es consecuencia de la interacción coulombiana entre las cargas. El trabajo que se propone consiste en estudiar este proceso en situaciones diversas y conductores con distintas geometrías. Para ello se elaborará un modelo que describa la dinámica de las cargas teniendo en cuenta la interacción electrostática entre ellas y se desarrollará un código que permita resolver numéricamente las ecuaciones dinámicas del sistema de cargas.

**Área de conocimiento preferente:** Electromagnetismo

**Área de conocimiento afín:** Electrónica

**Asignaturas con las que está relacionado:** Electromagnetismo I, Electromagnetismo II, Física Computacional

**Tipo:** 1 (experimental)

**Modalidad:** 2 (específico)

**Bibliografía:** (1) D.J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics* (Prentice Hall). (2) W.H. Press y otros, *Numerical Recipes: the art of scientific computing* (Cambridge University Press).

## **Propuesta de Trabajo de Fin de Grado – Física – curso 2017 - 2018**

**Tutor académico:** Eduardo Martínez Vecino.

**Título en español:** Control del estado de nanoestructuras magnéticas a través de su geometría

**Título en inglés:** *Micromagnetic analysis of geometrically controlled current-driven magnetization switching*

**Descripción** (>500 caracteres):

Recientes evidencias experimentales indican que las propiedades magnéticas de nanoestructuras magnéticas no sólo dependen del material ferromagnético con el que se las fabrica [1]. También dependen de la presencia de otros materiales no magnéticos sobre los que se deposita las nanoestructuras magnéticas. Pero no sólo eso, además es posible controlar la manera en la que se invierte el estado magnético simplemente manipulando la geometría de las nanoestructuras, lo cual sugiere expectativas sin precedentes para el diseño de dispositivos lógicos y memorias magnéticas entre otros. Sin embargo, las técnicas experimentales que permiten acceder al estado de la magnetización carecen de la resolución espacio temporal necesaria para entender y controlar dichos dispositivos. Es necesario por tanto, un estudio previo que permita elucidar los mecanismos responsables de dichos procesos, y el micromagnetismo computacional es la herramienta apropiada.

El objetivo general del trabajo consiste en introducir al alumno en el formalismo micromagnético [2]. Una vez adquirida familiaridad con los fundamentos teóricos, aprenderá a utilizar un software micromagnético que permite estudiar una gran variedad de fenómenos relacionados con la dinámica de la magnetización a escala nanométrica. Posteriormente aplicaremos lo aprendido para caracterizar los estados magnéticos y los procesos de inversión de la magnetización a través de la geometría en sistemas biestables de interés tecnológico.

**Área de conocimiento preferente:** Electromagnetismo.

**Áreas afines:** Física del Estado Sólido. Electrónica.

**Asignaturas del grado relacionadas:** Electromagnetismo I y II. Laboratorio de Electromagnetismo.

**Tipo del trabajo:** a) Trabajo exploratorio de uno o varios problemas teóricos o experimentales relacionados con las materias estudiadas en el Grado en Física.

**Modalidad:** Específico

**Citas bibliográficas:**

[1] C. K. Safeer *et al.* Nature Nanotechnology 11, 143 (2016).

[2] O. Alejos *et al.* AIP Advances 7, 055909 (2017).

## **Propuesta de Trabajo Fin de Grado. Grado en Física**

**Título:** Optimización termodinámica de ciclos de potencia (Thermodynamic Optimization of power cycles)

**Tutor:** José Miguel Mateos Roco

**Modalidad:** individual

**Área de conocimiento en la que se encuadra el trabajo:** Física Aplicada.

**Tipo:** Trabajo teórico-experimental.

**Asignaturas del Grado relacionadas con la propuesta:** Termodinámica I y II, Física de convertidores energéticos.

### **Descripción del trabajo:**

Los ciclos reversibles de aire permiten modelizar de manera sencilla los procesos que tienen lugar en los convertidores de energía que utilizan un gas como fluido de trabajo. A partir del análisis termodinámico del ciclo reversible, el trabajo y el rendimiento del mismo pueden expresarse en términos de un conjunto reducido de parámetros, que permiten caracterizar el funcionamiento del convertidor energético. Tomando como punto de partida los ciclos reversibles, en el presente trabajo se propone extender esta modelización incluyendo la evaluación de las irreversibilidades inherentes a los procesos que tienen lugar en una planta de potencia real. El estudio del comportamiento de las diferentes funciones termodinámicas (energía consumida, trabajo, rendimiento etc...) en términos de los parámetros característicos del ciclo permitirá elegir diferentes criterios de optimización, y establecer los regímenes de funcionamiento óptimo previstos con cada criterio. De este modo los resultados obtenidos pueden servir de referencia tanto para el diseño como para la determinación de las condiciones de funcionamiento óptimo de plantas de potencia de gas reales.

### **Bibliografía:**

A. Bejan, Advanced Engineering Thermodynamic, Wiley, New York, 2006

A. Medina et al, Journal of Physics D: Applied Physics 29(11), 2802-2805 (1996)



## \*DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA

### PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO

#### GRADO EN FÍSICA

#### CURSO 2017/2018

1. **Título:** Espectroscopía en el rango de THz

**Tutores:** Yahya Moubarak Meziani y Jesús Enrique Velázquez Pérez, Area de Electrónica, Dpto. de Física Aplicada

**Descripción del trabajo:**

El espectro electromagnético comprendido entre 0.1 y 10THz es conocido como rango de THz. La investigación en THz es uno de los temas de investigación más activos en Física e Ingeniería por sus numerosas aplicaciones en comunicaciones con anchos de banda superiores a 100Gbit/s, espectroscopía, imagen, inspección de objetos ocultos, etc. La espectroscopía de THz es una técnica nueva que permite identificar sustancias químicas con firmas propias en el rango de THz (por ejemplo, distinción entre isómeros, principios farmacéuticos activos, ...) y estudiar la dinámica ultrarrápida de electrones en semiconductores.

En este trabajo se propone el estudio de diferentes materiales semiconductores usando el sistema de espectroscopía desarrollado por el grupo de investigación en THz de la USAL. La naturaleza del trabajo es esencialmente experimental y el estudiante trabajará directamente con el sistema y participará en la puesta en marcha de un nuevo subsistema de purgado para incrementar la sensibilidad. A partir de medidas de transmisión en el rango 0.2-2THz se realizarán medidas que permitan extraer parámetros claves del material como la conductividad, la constante dieléctrica y el índice de refracción. Se estudiarán materiales semiconductores básicos (GaAs y Si) y bidimensionales como grafeno mono- y bi-capa fabricado en la Sala Limpia de Nanotecnología de la USAL y de otros fabricantes..

El trabajo experimental se realizará en el Laboratorio de Terahercios de la USAL (Edificio de I+D+i).

**Referencias:**

1. W. Withayachumnankul, and M. Naftaly, Fundamentals of Measurement in Terahertz Time-Domain Spectroscopy, Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves, Volume 35, Issue 8, pp 610–637, 2014
2. C. Sirtori, Applied physics: Bridge for the terahertz gap, Nature 417, 132-133 (2002)
3. V Clericò, J A Delgado Notario, N Campos, D Gómez, E Diez, J E Velazquez, and Y M Meziani, Terahertz spectroscopy of a multilayers flake of grapheme, Journal of Physics: Conference Series 647 (2015) 012040

**Areas de conocimiento preferente / afín.** Electrónica. Electromagnetismo.

**Tipo:** Trabajo experimental

**Modalidad:**

• Específico



•

• General



Nº de alumnos: 1





## *\*DEPARTAMENTO DE FÍSICA APLICADA*

### PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO

#### GRADO EN FÍSICA

#### CURSO 2017/2018

2. **Título:** Modelización de transporte de electrones en nanohilos de Si

**Tutores:** Jesús Enrique Velázquez Pérez y Yahya Moubarak Meziani y, Area de Electrónica, Dpto. de Física Aplicada

#### **Descripción del trabajo:**

Los nanohilos de silicio, también conocidos como SiNWs, son un tipo de nanohilo (nanowire) fabricado usando diversas técnicas (por ejemplo, a partir de un precursor de silicio por ataque químico de un sólido o tras una ataque plasma a una oblea semiconductor). Los SiNWs tienen propiedades únicas que no se ven en materiales tridimensionales. Estas propiedades surgen de una inusual estructura electrónica cuasi unidimensional. La razón por la cual los SiNWs se estudian como candidatos para aplicaciones como la energía fotovoltaica, baterías y circuitos nanoelectrónicos.

El transporte de carga en nanohilos de Si debe estudiarse con modelos de transporte avanzados con respecto al habitual de deriva-difusión (DD) que se estudia en el Grado. En particular, el trabajo se enfocará hacia el uso del modelo hidrodinámico (que añade una ecuación de conservación de la energía con respecto al DD) y a la influencia de los efectos cuánticos ligados a la baja dimensionalidad sobre el transporte de electrones.

En el trabajo se usará software TCAD (Technology-CAD) comercial de simulación bajo Linux que resuelve de manera acoplada las ecuaciones del modelo de transporte y la de Poisson en 2 y 3 dimensiones del espacio.

#### **Referencias:**

1. T. Mikolajick, A. Heinzig, J. Trommer; et al. "Silicon nanowires—a versatile technology platform". *physica status solidi (RRL)-Rapid Research Letters*. 7 (10), 793–799 (2013).
2. B. Tian, Z. Xiaolin, et al. "Coaxial silicon nanowires as solar cells and nanoelectronic power sources". *Nature*. 44, 885–889 (2007).
3. K. Fobelets and J E Velazquez-Pérez, "Unipolar rectifying silicon nanowires - TCAD study" *Physica E-low-Dimensional Systems and Nanostructures*, 40, 2481-2484 (2008)

**Areas de conocimiento preferente / afín.** Electrónica. Electromagnetismo.

**Tipo:** Trabajo teórico y de simulación.

#### **Modalidad:**

- Específico

- 

- General

Nº de alumnos: 1



---

***\*DEPARTAMENTO DE Física Aplicada***

---

**PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO**

**GRADO EN Física**

**CURSO 2017/2018**

**Título:** Estudio de esquemas ópticos para manipular la información cuántica

**Tutores:** Luis Plaja Rustein y Carlos Hernández García.

**Cotutor:**

**Descripción del trabajo:**

Durante los últimos años el desarrollo del láser ha abierto la posibilidad de usar dispositivos ópticos en distintas disciplinas de la Física. En este trabajo de fin de grado proponemos realizar un estudio bibliográfico para estudiar una introducción a los temas de criptografía, computación y correlación cuánticas desde el punto de vista de la Óptica. Se espera que el estudiante tenga asimilados conceptos avanzados de Óptica, Óptica cuántica, Fotónica y Física cuántica que le permitan entender y comprender los temas propuestos.

## **Propuesta de Trabajos de Fin de Grado – Física Curso 2017 - 2018**

**Tutor académico:** Víctor Raposo funcia; Eduardo Martínez Vecino

**Título en español:** Análisis numérico de problemas electromagnéticos

**Título en inglés:** *Numerical modeling of electromagnetic problems*

**Descripción** (>500 caracteres):

En el ámbito del Electromagnetismo, al igual que en muchas otras ramas de la Física, las situaciones o problemas que pueden describirse desde un punto de vista analítico es limitado. El problema fundamental de la Electroestática es calcular el campo eléctrico generado por una distribución de carga en reposo. En Magnetostática, la cuestión es obtener el campo magnético de una distribución de corrientes estacionarias. En ambos contextos, los problemas con solución analítica se limitan a casos de geometrías sencillas como esferas, cilindros, planos, líneas rectas o circunferencias. La resolución de estos problemas suele abordarse haciendo uso de las leyes de Coulomb y Biot-Savart que, junto con el principio de superposición, permiten calcular los campos, o al menos deducir su dirección y su dependencia, para después usar de las leyes de Gauss ó de Ampere [1].

Aunque las herramientas que se utilizarán en este trabajo son aplicables a muchas otras ramas de la Física, aquí abordaremos algunos problemas electromagnéticos desde un punto de vista numérico. Se resolverán las ecuaciones de Poisson y Laplace para los potenciales escalar y vector junto con las correspondientes condiciones de frontera. Se usará el método de los elementos finitos del que ya dispone Mathematica™ [2]. Por tanto, el énfasis del trabajo se centrará en describir la solución de algunos problemas y en analizar el rango de validez de posibles soluciones analíticas o aproximadas.

**Área de conocimiento preferente:** Electromagnetismo.

**Áreas afines:** Física del Estado Sólido. Electrónica.

**Asignaturas del grado relacionadas:** Electromagnetismo I y II. Laboratorio de Electromagnetismo.

**Tipo del trabajo:** a) Trabajo exploratorio de uno o varios problemas teóricos o experimentales relacionados con las materias estudiadas en el Grado en Física.

**Modalidad:** Específico

**Citas bibliográficas:**

[1] "Introduction to Electrodynamics". D. J. Griffiths; Ed. Pearson (2014).

[2] <https://www.wolfram.com/mathematica/>



## PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO

### GRADO EN FÍSICA

### CURSO 2017/2018

**Tutor:** Raúl Rengel Estévez

**Título:** Estudio de características eléctricas de transistores de grafeno mediante modelos compactos descritos con Verilog A

**Title:** Study of electrical characteristics of Graphene transistors by means of compact models described with Verilog A

#### **Descripción del trabajo:**

El desarrollo de la industria microelectrónica requiere de modelos de dispositivos que puedan ser incorporados de manera eficaz en las herramientas de diseño de circuitos integrados. Con este fin, el uso de modelos compactos ha tenido un gran éxito, pero a costa de una implementación complicada en los simuladores más habituales. El desarrollo de lenguajes hardware como Verilog A ha facilitado notablemente esta tarea, encontrándose a disposición de la comunidad numerosos modelos para distintos tipos de dispositivos. En este trabajo se propone el uso de un modelo compacto en Verilog A combinado con un simulador circuital para evaluar la influencia de diversos parámetros en la respuesta eléctrica de transistores de grafeno.

**Área de conocimiento preferente:** Electrónica

**Asignaturas del grado con las que está relacionado:** Electrónica física, laboratorio de Electrónica

**Tipo:** Teórico-experimental

**Modalidad:** Específico

#### **Referencias:**

Chalkiadaki M.-A., Valla C., Pouillet F., Bucher M., *Int. J. Circ. Theor. Appl.* 2013; 41; 1203-1211

Brinson M. E., Kuznetsov, *Int. J. Numer. Model.* 2016; 29; 1070-1088

## **PROPUESTA TFG FÍSICA CURSO 2017-18**

### **TÍTULO: MICROSCOPIA ÓPTICA. FUNDAMENTOS, TÉCNICAS AVANZADAS Y APLICACIONES**

#### Descripción:

Una de las herramientas más versátiles en infinidad de ámbitos científicos y tecnológicos es el microscopio óptico, desde su versión más básica construida con dos lentes, a los equipos más complejos que mejoran enormemente la calidad de imagen y sus posibles aplicaciones. En este trabajo se propone un estudio bibliográfico de las principales técnicas de microscopía óptica utilizadas en distintos ámbitos científicos y técnicos. Se trata de hacer una revisión de los fundamentos de los microscopios ópticos, las distintas configuraciones que pueden utilizarse para su diseño, así como las técnicas de iluminación y de contraste más habituales en función de la naturaleza de la muestra a observar (muestra biológica, sólido opaco, transparente...) Se requieren conocimientos básicos de óptica instrumental y de óptica geométrica de la titulación.

Tipo de trabajo: bibliográfico

Modalidad: individual (solo para un estudiante)

Asignaturas relacionadas: Óptica I, Óptica II, Óptica Coherente

Tutor: Javier Rodríguez Vázquez de Aldana

#### Referencias básicas:

[1] T. Tkaczyk, "Field guide to microscopy", SPIE Press.

[2] M. Abramowitz, "Microscope. Basics and Beyond". Olympus America Inc.

-----



---

***\*DEPARTAMENTO DE Física Aplicada***

---

**PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO**

**GRADO EN Física**

**CURSO 2017/2018**

**Título:** Técnicas de caracterización temporal de pulsos láser ultracortos (Techniques for the temporal characterization of ultrashort laser pulses)

**Tutores:** Julio San Román Álvarez de Lara e Íñigo Juan Sola Larrañaga.

**Cotutor:**

**Descripción del trabajo:**

El trabajo consistirá en realizar una revisión bibliográfica de diferentes técnicas de caracterización temporal de pulsos láser ultracortos. Se propondrá al estudiante comenzar con una recopilación de bibliografía sobre el tema, para su posterior lectura y comprensión. El trabajo deberá incluir tanto técnicas básicas que no son capaces de dar una información completa de la estructura temporal del pulso, como técnicas más avanzadas con las que se recupera tanto la intensidad como su fase del pulso.

**Áreas de conocimiento preferentes:** Óptica

**Asignaturas con las que está relacionado:** Óptica I y II, Laboratorio de óptica, Fotónica y Óptica coherente.

**Tipo:** Bibliográfico

**Modalidad:** Específico (para un sólo estudiante).



---

***\*DEPARTAMENTO DE Física Aplicada***

---

**PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO**

**GRADO EN Física**

**CURSO 2017/2018**

1. **Título:** Introducción a la teoría del micromagnetismo: modelización de nanoestructuras magnéticas de interés tecnológico.

**Tutor:** Luis Torres Rincón

**Cotutor:**

**Descripción del trabajo:**

El objetivo del trabajo es familiarizar al alumno con el modelado de nanoestructuras compuestas por materiales magnéticos y realizar simulaciones de sistemas de interés tecnológico.

Partiendo de los conocimientos de electromagnetismo del alumno se le introducirá en los fundamentos de la teoría del micromagnetismo computacional, así como en la utilización de simuladores micromagnéticos de cálculo en paralelo a nivel de usuario.

Se realizarán simulaciones de alguno de los siguientes sistemas: Memorias magnéticas de acceso aleatorio (MRAM), válvulas de spin, nano-osciladores, sensores de magneto-resistencia gigante para biotecnología, sensores de magneto-resistencia por efecto túnel, interacción de ondas de spin con paredes de dominio.

Tipo: 1

Modalidad: General (máximo 1 alumno)

**Departamento de Física Fundamental**  
*Propuesta de trabajo de Fín de Grado*

---

TUTOR: Fernando Atrio Barandela

COTUTOR:

CURSO: 2017/18

TITULO: Interacción Materia–Energía oscuras y el problema de la Coincidencia.

DESCRIPCIÓN: La densidades de materia (m) y energía oscuras (de) varían de forma muy diferente con el tiempo. En términos del corrimiento al rojo,  $\rho_m \propto (1 + z)^3$  y  $\rho_{de} \approx const$  y sin embargo el valor de estas magnitudes hoy es muy similar:  $\rho_{de}/\rho_m \approx 2$ . Si las condiciones iniciales del Universo estaban fijadas en la escala de Planck, en ese momento  $\rho_{de}/\rho_m \approx 10^{-90}$ , esto es, el valor debe ajustar unos noventa órdenes de magnitud. Una propuesta para solucionar este problema de coincidencia es suponer la existencia de una interacción entre materia y energía oscuras. Calcularemos la evolución de los principales observables cosmológicos para distintos tipos de interacción materia y radiación y compararemos la evolución predicha con las observaciones de: (1) distancias de luminosidad obtenidas utilizando supernovae, (2) distancias angulares a partir de oscilaciones acústicas de bariones y (3) medidas del factor de Hubble a distintos redshifts.

TIPO: 4

MODALIDAD: Específico.



Departamento de Física Fundamental

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE GRADO

**Grado en:** Física

**Curso:** 2017/2018

**Tutor:** Marc Mars Lloret

**Co-tutor:**

**Título:** Empuje por curvatura y condiciones de energía.

**Title:** Warp drives and energy conditions.

**Descripción del trabajo:**

En 1994 M. Alcubierre ideó un tipo de curvatura espacio-temporal que permite viajar entre dos puntos distantes en tan poco tiempo como se desee, en particular a velocidad mayor que la de la luz, medida ésta con respecto a observadores externos a la modificación espacio-temporal. Esta construcción fue bautizada como "warp drive" o "empuje por curvatura" y requiere de propiedades exóticas para la materia que genera el campo gravitatorio. En particular se deben violar las llamadas condiciones de energía débiles. El objetivo del trabajo será comprender la construcción de Alcubierre, su relación con la violación de las condiciones de energía y la existencia de horizontes alrededor de la nave, así como las limitaciones prácticas que todo ello supone para convertir este método de transporte en viable.

**Tipo:** Teórico

**Modalidad:** Específico

**Bibliografía:**

[1] M. Alcubierre, "The warp drive: hyper-fast travel within general relativity", *Class. Quantum Grav.* **11** (1994), L73-L77.

[2] José Natário, "Warp drive with zero expansion", *Class. Quantum Grav.* **19** (2002) 1157-1165

[3] M. Alcubierre, F.S.N. Lobo, "Warp Drive Basics" en "Wormholes, Warp Drives and Energy Conditions", Editor: Francisco S.N. Lobo, *Fundamental Theories of Physics, Vol. 189, Springer* (2017).

Título: Determinación de la masa del quark charm mediante Reglas de Suma

Tutor: Vicent Mateu Barreda

Resumen:

Los quarks son las únicas partículas fundamentales afectadas por las interacciones fuertes, responsables a su vez de la cohesión del núcleo. Estas interacciones, conocidas en jerga moderna como cromodinámica cuántica o QCD (la versión en color de las interacciones electromagnéticas), tienen la peculiaridad de volverse más intensas a bajas energías, lo que provoca el confinamiento de los quarks en hadrones (partículas sin color compuestas de objetos coloreados). Esto es debido a que la partícula mediadora, el gluon, es a su vez portadora de color. Una de las consecuencias del confinamiento es que la masa de los quarks no es un observable físico, sino un parámetro de la densidad Lagrangiana de QCD, sujeta pues al programa de renormalización. Esto implica que la masa debe ser definida, y puede depender de la escala de renormalización. Al no ser la masa de un quark un observable físico, no se pueden hacer medidas directas (como por ejemplo se haría con un electrón), sino que se debe encontrar un observable que dependa fuertemente de esta.

El quark charm es, junto con el bottom y el top, un quark pesado. Entendemos por quark pesado aquel cuya masa es superior a la escala no perturbativa de QCD (alrededor de 250 MeV), lo que permite el uso de teoría de perturbaciones para calcular algunos observables. Conocer con precisión la masa del quark es de vital importancia para comprobar la validez del Modelo Estándar en la frontera de la precisión. Por ejemplo, las desintegraciones raras de kaones o mesones B dependen fuertemente del valor de la masa del charm, así como la vida media del bosón de Higgs.

Uno de los métodos más precisos para determinar la masa del quark charm es mediante el uso de Reglas de Suma. En este método se explota la dualidad quark-hadron para comparar cálculos perturbativos (en términos de quarks y gluones, también denominados conjuntamente "partones") con observables experimentales (que miden hadrones). Los observables a calcular son momentos (integrales con una cierta función peso) de la función R-ratio, esto es, de la probabilidad de obtener un quark charm respecto a la de obtener un muon en una colisión electrón-positrón. Hasta ahora solamente se ha aplicado este método, tanto para el quark charm como para el bottom, a un solo momento.

En este trabajo se propone al alumno determinar la masa del quark charm (y la del bottom si el tiempo lo permite) comparando las predicciones teóricas a más de un momento simultáneamente. Para esto se tendrá que construir una función chi-cuadrado que tenga en cuenta las correlaciones, tanto teóricas (no conocidas) como experimentales (conocidas) entre varios momentos. El resultado esperado es una reducción sustancial de la incertidumbre en la masa del quark pesado.

Este trabajo está relacionado con las siguientes asignaturas: Física Nuclear y de Partículas, Física de Partículas, Física Cuántica I, Física Cuántica II, Mecánica Cuántica y Mecánica Cuántica Avanzada.

# El Modelo Sigma. The Sigma Model

Tutor: Teresa Fernández Caramés

El carácter confinante de las interacciones fuertes provoca que a energías bajas los cálculos perturbativos en términos de quarks y gluones sean imposibles. A bajas energías el confinamiento se realiza con la aparición de 3 mesones muy ligeros, los piones, y otras mesones extraños más pesados: los kaones y la eta, identificados con los Bosones de Goldstone asociados a la ruptura espontánea de la simetría quiral. Este carácter Goldstone constriñe fuertemente el modo en el que estas partículas interactúan entre sí, lo que permite construir Lagrangianos efectivos en potencias de los momentos y las masas.

En este trabajo estudiaremos el modelo Sigma, una realización lineal del teorema de Goldstone, tanto para dos quarks ligeros (up y down) como para tres (up, down y strange). El estudiante debe estudiar y desarrollar distintas parametrizaciones de los campos de Goldstone: lineal, exponencial y raíz. Usando las ecuaciones del movimiento se integrarán funcionalmente los campos Sigma para obtener el modelo sigma no lineal.

J. Schwinger, Ann. Phys. 2, 407 (1958)

M. Gell-Mann and M. Lévy, Nuovo Cimento 16, 705 (1960)

M. Levy, Nuovo Cimento 52, 23 (1967)

Título: El Modelo Estándar y sus extensiones

Tutor: Vicent Mateu Barreda

Resumen:

El Modelo Estándar de Glashow, Salam y Weinberg (abreviadamente SM), es la teoría que gobierna el mundo (exceptuando la fuerza gravitatoria, cuya cuantización se sigue resistiendo a los físicos teóricos). La densidad Lagrangiana del SM es la fórmula más predictiva de cuantas existen, proporcionando resultados correctos en un rango sorprendentemente amplio de energías: desde desintegraciones débiles de Hadrones ligeros hasta la producción del Bosón de Higgs en el Large Hadron Collider. Sin embargo existen evidencias de que este modelo no puede ser la última respuesta: las masas de los neutrinos, la asimetría materia-antimateria, la existencia de materia oscura, etc...

Este modelo se basa en el principio Gauge. La receta es sencilla: se asocia a cada interacción fundamental un álgebra de Lie, y se asume que el Lagrangiano debe permanecer invariante bajo transformaciones locales de estos grupos. La consecuencia de este requerimiento es la existencia de partículas mediadoras de espín uno, los bosones de gauge: tantos como generadores tenga el álgebra de Lie. Adicionalmente la teoría contiene partículas de espín 1/2, los llamados constituyentes fundamentales. Sin embargo esta bonita construcción teórica fallaría estrepitosamente sin la última pieza del puzle, el Bosón de Higgs, recientemente descubierto en el LHC. Sin ésta, todas las partículas del Modelo Estándar carecerían de masa, contraviniendo la evidencia experimental. El Higgs provoca una ruptura espontánea de la simetría electrodébil del modelo Estándar, permitiendo que todos los fermiones (partículas de espín 1/2) a excepción de los neutrinos, y tres de los botones mediadores gauge, tengan masa.

En este trabajo se derivará el Modelo Estándar desde sus cimientos, partiendo de las simetrías y llegando a la forma final del Lagrangiano. Se estudiará la cancelación de las anomalías axiales, fundamental para que el modelo sea renormalizable. Se derivarán las reglas de Feynman y las matrices de mezcla de los quarks. Finalmente, si el tiempo lo permite, se estudiarán extensiones del Modelo Estándar, tales como el two-Higgs double model, el triplet-Higgs model, supersimetría, o teorías de gran unificación, y se estudiarán sus consecuencias teóricas y fenomenológicas.

Este trabajo está relacionado con las siguientes asignaturas: Física Nuclear y de Partículas, Física de Partículas, Física Cuántica I, Física Cuántica II, Mecánica Cuántica y Mecánica Cuántica Avanzada.

Departamento de Física Fundamental

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE GRADO

GRADO EN Física

Curso 2017/2018

Tutor: Pilar García Estévez

Cotutor:

Descripción del trabajo:

**Integrabilidad y simetrías de diversos problemas clásicos no lineales en mecánica y mecánica de fluidos**

Hay diversos problemas clásicos en mecánica que usualmente se abordan siempre mediante una aproximación lineal pero que durante los estudios de grado nunca se llegan a resolver de forma completa. Nos referimos a problemas en principio tan habituales como el péndulo o el sólido rígido con un punto fijo. Algo similar ocurre en el estudio de fluidos clásicos que se suelen abordar aproximándolos a la ecuación de ondas. Lo que se propone en este trabajo es analizar diversos sistemas no lineales tanto en mecánica como en física de fluidos mediante técnicas exactas: Dichas técnicas serán básicamente

- a) Estudio de la integrabilidad entendida como univaluación en las condiciones iniciales
- b) Integración mediante funciones elípticas
- c) Determinación de las simetrías de Lie puntuales

Tipo: 4

Modalidad: específico

Departamento de Física Fundamental

PROPUESTA DE TRABAJO DE FIN DE GRADO

GRADO en Física

Curso 2017/2018

Tutor: Francisco Fernández González

Cotutor: Pablo García Ortega

Título: Propiedades de hadrones en modelos de quarks constituyentes

Title: Properties of hadrons in constituent quark models

Descripción del trabajo:

La descripción de las propiedades de baja energía de los hadrones parece sugerir que los quarks que los constituyen tiene una masa efectiva del orden de 300 MeV. Así los momentos magnéticos del proton y del neutrón pueden calcularse suponiendo que los tres quarks que los forma se comportan como partículas no relativistas con ese orden de masas. Modernamente se sabe que la aparición de esa masa puede explicarse como consecuencia de la rotura a bajas energías de la simetría quiral del lagrangiano de QCD. Basado en estas ideas uno de los modelos más fructíferos en la descripción de las propiedades de los hadrones es el llamado modelo de quarks constituyentes en el cual se supone que los bariones (mesones) están formados por tres quarks (un quark y un antiquark) con masa, que interactúan por medio de un potencial. Este potencial tiene típicamente varios términos como son el potencial de confinamiento, el potencial de intercambio de un gluon, y el potencial que se genera como consecuencia de la ruptura de la simetría quiral.

El modelo ha sido aplicado desde hace más de 30 años a la descripción de las propiedades de los hadrones y las interacciones entre hadrones [1]

En el modelo la descripción de los mesones es sencilla pues basta resolver la ecuación de Schrödinger para dos partículas. En el caso de los bariones el problema se complica un poco más pues es necesario resolver un problema de tres cuerpos. Entre los distintos métodos para abordar este problema uno que suele dar buen resultado es el denominado Gaussian Expansion Method [2] en el que la ecuación de Schrödinger se resuelve por el método variacional

utilizando un desarrollo en gaussianas. Aunque el procedimiento es abaricable desde un punto de vista numérico para muchas aplicaciones los quarks dentro de los bariones suelen describirse mediante funciones de onda gaussianas ajustando el parámetro de la misma a alguna propiedad conocida.

En los últimos años han aparecido un gran número de resultados experimentales que ponen de manifiesto que es necesario ir más allá de la descripción elemental que planteamos en párrafos anteriores. Así ha aparecido resonancias que parecen tener una estructura de cinco quarks (o meson-barion) o incluso algunas formadas por un quark un antiquark y u gluon (mesones híbrido). En la mayoría de los cálculos que se han realizado hasta ahora los bariones son tratados en la aproximación gaussiana aunque la precisión de las medidas ya exigen ir mas allá de esta aproximación y plantearse la resolución del problema de tres cuerpos.

En este trabajo se propone estudiar un método adecuado para la resolución del problema de tres quarks y comparar los resultados con algunos de los cálculos que se han realizado con la aproximación de oscilador armónico También puede aplicarse al estudio de diversas propiedades tales como los factores de forma o las anchuras de desintegración.

El trabajo estaría relacionado con las siguientes asignaturas: Física Cuántica I y II, Mecánica Cuántica, Mecánica Cuántica Avanzada , Física Nuclear y de Partículas , Física de Partículas y Física Computacional

#### Referencias

[1] A. Valcarce H. Garcilazo, F. Fernández, P. González

Rep. Prog. Phys. 68(2005) 965

[2] Hiyama, E.; Kino, Y.; Kamimura, M.

Progress in Particle and Nuclear Physics, Volume 51 ( 2003) 223.

Tipo: 4

Modalidad: específico

## **TFG propuesto por el área de Física de la Tierra**

*Tutor:* Luis Rivas Soriano

*Título:* Descargas eléctricas y clima.

Lightning and climate

*Descripción:* La importancia de las descargas eléctricas en la atmósfera (rayos) en los estudios climáticos es cada vez más reconocida. Las tormentas juegan un papel importante en la redistribución global de agua, que es un mediador clave de la radiación tanto de onda corta como larga. La flotabilidad de las nubes (inestabilidad vertical de la atmósfera), que la responsable de la convección (y por tanto de la separación de cargas) es el resultado de diferencias de temperatura del orden de sólo 1°C. En este trabajo se trata de hacer una revisión que incluya aspectos como: la relación entre rayos y precipitación en la circulación general de la atmósfera la manifestación de las “chimeneas” tropicales en la actividad eléctrica de la atmósfera, la posible inclusión de las tormentas y los rayos dentro de los extremos climáticos, la conexión entre el vapor de agua en la alta troposfera y las descargas eléctricas, el papel del aerosol atmosférico en la precipitación y los procesos de electrificación, la climatología regional de rayos y, por último, la cuestión de las variaciones de largo plazo.

*Area de conocimiento preferente:* Física de la Tierra

*Area de conocimiento afín:* Física Aplicada

*Modalidad:* Trabajo de revisión e investigación bibliográfica

*Citas:*

Williams, E.R., 2005. Lightning and climate: A review. Atmospheric Research 51, 272-287.

Devendraa, S et al., 2015. Lightning and middle atmospheric discharges in the atmosphere. Journal of Atmospheric and solar-Terrestrial Physics 134, 78-101



## PROPUESTA 2017 – 18: TFG DEL ÁREA DE ÓPTICA

**Título:** Fibras de cristal fotónico: historia y aplicaciones.

**Title:** Photonic Crystal Fibers: history and applications.

**Resumen:**

Las fibras ópticas han sido uno de los dispositivos tecnológicos más revolucionarios de nuestra era. Desde que Charles Kao imaginase un mundo globalizado y conectado por fibra óptica durante los años setenta y ochenta hasta el momento, la tecnología de fibra óptica ha evolucionado notablemente, no sólo en los protocolos en el ámbito de las telecomunicaciones, sino también en el aspecto puramente físico (sus estructura y composición) pudiéndose así aplicar en un amplio abanico de nuevas aplicaciones. De entre todas ellas este trabajo intenta revisar las fibras estructuradas, las fibras con un índice de refracción periódico, que se conocen como fibras de cristal fotónico (photonic crystal fibers). Se propone revisar la bibliografía sobre este nuevo tipo de fibras, descubrir las primeras propuestas, su evolución en el tiempo y las aplicaciones que se han ido proponiendo hasta la fecha. Este proyecto es, en principio bibliográfico, con lo que el estudiante deberá buscar la bibliografía necesaria y leerla, para ir recopilando la información relevante para el proyecto.

**Tutor:** Julio San Román

**Área preferente:** Óptica

**Área afín:** Electromagnetismo.

**Asignaturas del grado directamente relacionadas:** Óptica I y II, Laboratorio de Óptica, Fotónica y Óptica coherente.

**Tipo:** Específico.

**Modalidad del trabajo:** Revisión bibliográfica.

# PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO

- **Título:** Monitorización con PET para terapia con iones  
PET monitoring for ion therapy
- **Tutores Académicos:** Francisco Fernández González y Pablo García Ortega
- **Área de Conocimiento:** Física Atómica, Molecular y Nuclear
- **Asignaturas relacionadas:** Física Nuclear y de Partículas
- **Tipo:** Teórico
- **Modalidad:** Trabajo teórico-experimental
- **Descripción:**

El tratamiento con haces de protones o iones de carbono (generalmente llamada hadronterapia o terapia hadrónica) es una alternativa más precisa que la radioterapia tradicional. Debido a su gran precisión, es necesaria una continua monitorización para los tratamientos con ésta. Utilizando las partículas secundarias que son producidas por la interacción de los iones primarios con el tejido humano se puede monitorizar en directo el tratamiento. Entre los detectores más sencillos propuestos para este cometido se encuentra la tomografía por emisión de positrones (PET), originalmente desarrollada para medicina nuclear pero que puede ser adaptada para el caso de terapia hadrónica [1].

El PET se basa en detectar pares de fotones creados a partir de la aniquilación de un positron y un electrón de los tejidos del paciente. En terapia hadrónica el positron puede venir tanto de la desintegración de un núcleo activado como a partir de la cascada electromagnética debida a la colisión inelástica del haz con los tejidos. Sin embargo, la señal no es tan limpia como en el caso de la medicina nuclear.

En este trabajo se propone estudiar los tipos de partículas que aparecen en un tratamiento con iones de carbono estables y radioactivos y evaluar su posible aplicación como monitorización con PET. Para ello el alumno se familiarizará con el uso del código Monte Carlo de transporte de partículas FLUKA [2].

## References

- [1] F Sommerer, F Cerutti, K Parodi, A Ferrari, W Enghardt, and H Aiginger, *Physics in Medicine and Biology*, **54(13)**:3979, 2009.

- [2] Till T Boehlen, Francesco Cerutti, M. P. W. Chin, Alberto Fassó, Alfredo Ferrari, Pablo G. Ortega, Andrea Mairani, Paola R. Sala, George Smirnov, and Vasilis Vlachoudis, *Nuclear Data Sheets*, **120**:211–214, 2014.

# PROPUESTA DE TRABAJO FIN DE GRADO

- **Título:** Bariones pesados en modelos de quarks constituyentes  
Heavy baryons in constituent quark models
- **Tutores Académicos:** David Rodríguez Entem y Pablo García Ortega
- **Área de Conocimiento:** Física Atómica, Molecular y Nuclear
- **Asignaturas relacionadas:** Física Nuclear y de Partículas
- **Tipo:** Teórico
- **Modalidad:** Trabajo teórico-experimental
- **Descripción:**

El modelo standard describe los hadrones como partículas compuestas de quarks que interaccionan por medio de la interacción fuerte. A pesar de que el planteamiento inicial de la cromodinámica cuántica (QCD) es claro, después de 25 años de experimentos y desarrollos teóricos la interacción fuerte presenta todavía aspectos fundamentales poco conocidos. A pequeñas distancias, donde los quarks experimentan la libertad asintótica y la interacción entre ellos es débil, pueden realizarse cálculos perturbativos que han demostrado ser extremadamente precisos. A larga distancias las interacciones entre los propios gluones dan lugar al confinamiento de los quarks en hadrones. A esta escala los cálculos perturbativos no son válidos y es necesario recurrir a modelos fenomenológicos para explicar los datos experimentales y buscar respuestas a cerca de fenómenos como el confinamiento o la rotura espontánea de la simetría quiral. La mayoría de estos modelos describen sistemas formados por uno o varios quarks o anti-quarks y en los que los gluones solamente aparecen como partículas virtuales que producen interacciones entre los quarks. Este modelo que en la literatura suele conocerse como modelo de quarks constituyentes ha tenido un gran éxito en la descripción de la fenomenología hadrónica en los últimos años. Un ejemplo de este tipo de modelos lo constituye el modelo de quarks constituyentes desarrollado desde hace varios años en el Grupo de Física Nuclear de la Universidad de Salamanca (GFN-USAL) [1]. Este es un modelo no relativista basado en la hipótesis de que los quarks adquieren una masa dinámica (masa constituyente) como consecuencia de la rotura espontánea de la simetría quiral. La rotura espontánea preserva la simetría quiral del lagrangiano original de QCD por lo que el término de masa dinámica debe compensarse con la aparición

de un termino de interacción entre quarks mediada por bosones de Goldstone. Esta interaccion entre quarks se ve completada con una interacción que incluye efectos perturbativos de gluones (intercambio de un gluon) y efectos no perturbativos (confinamiento de color). En el presente proyecto se pretende explorar el espectro de bariones con quarks pesados, aprovechando la simplificación que supone tener uno o varios quarks pesados en la dinámica de tres cuerpos [2].

## References

- [1] J. Vijande, F. Fernandez and A. Valcarce, *Constituent quark model study of the meson spectra*, *J. Phys.* **G31** (2005) 481.
- [2] Y. Yamaguchi, S. Ohkoda, A. Hosaka, T. Hyodo and S. Yasui, *Phys. Rev. D* **91**, 034034 (2015).

## Propuesta de Trabajo Fin de Grado. Grado en Física

**Título:** Estudio de un fluido de esferas duras en una cavidad tridimensional (Study of the confined hard-sphere fluid)

**Tutor:** Antonio González Sánchez

**Modalidad:** individual

**Área de conocimiento en la que se encuadra el trabajo:** Física Aplicada.

**Tipo:** Trabajo teórico-experimental.

**Asignaturas del Grado relacionadas con la propuesta:** Física Estadística, Física Estadística Avanzada, Física Computacional

**Descripción del trabajo:** El potencial de interacción de esferas duras es un modelo de potencial interpartícula muy utilizado en el estudio de fluidos ya que es capaz de reproducir algunos de los comportamientos básicos de éstos. En particular, explica bien los comportamientos debido a la exclusión entre partículas que aparecen en fluidos confinados. En este trabajo se empleará el método de simulación Montecarlo para estudiar el perfil de densidad de un fluido de esferas duras confinado a una cavidad esférico-cilíndrica, así como otras magnitudes como las densidades en contacto con la pared y la adsorción de partículas del fluido.

**Bibliografía:** J.-P. Hansen e I. R. McDonald, *Theory of Simple Liquids : with applications to soft matter*, Elsevier/AP, Amsterdam, 4th ed. (2013). R. Evans, in *Fundamentals of Inhomogeneous Fluids*, ed. por D. Henderson, Dekker, New York (1992).

## **Propuesta de Trabajo Fin de Grado para el Grado en Física**

### **- Tutores académicos:**

Tomás González Sánchez, Beatriz García Vasallo

### **- Título:**

Influencia del ruido y la frecuencia de excitación en la respuesta eléctrica de membranas biológicas

### **- Descripción:**

La evolución temporal de la diferencia de potencial entre el interior y el exterior de una membrana biológica en respuesta a una excitación externa se ve influenciada de forma significativa por la frecuencia característica de tal excitación y la presencia de ruido (tanto interno como externo). En este trabajo nos proponemos estudiar ambos factores.

El trabajo consistirá inicialmente en una revisión e investigación bibliográfica acerca de las fuentes de ruido presentes en las señales eléctricas involucradas en la transmisión de la información en membranas biológicas. Posteriormente, empleando simuladores basados en el modelo de Hodgkin-Huxley, se estudiará cuál es la influencia de dichas fuentes, dependiendo de la frecuencia de excitación de la membrana, en la generación de los pulsos de potencial que transportan la información.

El trabajo permitirá al estudiante aplicar conocimientos de electrónica y física estadística en un campo novedoso para él, como las membranas biológicas, y familiarizarse con conceptos tales como ruido, fluctuaciones, generación de señales obedeciendo ciertas estadísticas, procesos de transmisión de información, resonancia estocástica, etc.

### **- Área de conocimiento preferente:**

Electrónica

### **- Área de conocimiento afín:**

Física Aplicada

### **- Tipo del trabajo:**

Revisión e investigación bibliográfica + cálculo numérico

### **- Modalidad:**

Específico

# **Título:** EL PROBLEMA DE KEPLER EN SUPERFICIES CON CURVATURA CONSTANTE

**Profesor:** MARINA DE LA TORRE MAYADO

**Modalidad:** ESPECÍFICO

**Tipo de trabajo:** Trabajo exploratorio de uno o varios problemas teóricos o experimentales relacionados con las materias estudiadas en el Grado en Física.

**Descripción del trabajo:** El problema de Kepler es un problema bien conocido y ha representado un importante papel en algunos de los principales desarrollos de la física de los últimos siglos. Desde que Schrödinger consideró por primera vez el estudio del átomo de hidrógeno en la hiperesfera  $S^3$ , el espacio 3D de curvatura constante positiva, la mecánica cuántica en espacios curvos ha sido de gran interés debido a sus aplicaciones en Astrofísica y Cosmología. El objetivo principal de este trabajo es el estudio del problema de Kepler en la esfera  $S^2$  como reducción del problema de Kepler en  $S^3$ . En el trabajo el estudiante se familiarizará en una primera fase con los conceptos más importantes involucrados en el problema y realizará un estudio de la bibliografía más relevante sobre el tema. Posteriormente abordará el cálculo de las órbitas del problema de Kepler clásico en la esfera  $S^2$  y planteará el estudio del espectro del átomo de hidrógeno en  $S^2$  comparándolo con el resultado en  $S^3$ . Finalmente, se analizará el problema equivalente para el caso de curvatura constante negativa, es decir, el problema de Kepler sobre el hiperboloide  $H^2$ .