FACULTAD DE CIENCIAS

TRABAJOS DE FIN DE GRADO OFERTADOS
-GRADO EN MATEMÁTICAS-
CURSO 2022-2023

	TÍTULO	TUTOR	RESUMEN
1.	ECUACIONES DIFERENCIALES CON RETARDO	JESÚS MARTÍN VAQUERO	Las ecuaciones diferenciales de retardo (EDD) son un tipo de ecuación diferencial en la que la derivada de una función desconocida en un momento determinado se expresa en términos de los valores de la función en momentos anteriores. Son muy comunes en la literatura científica reciente para modelar y resolver problemas procedentes de áreas tan diversas como dinámica de poblaciones, epidemiología, o sistemas de control. En este Trabajo Fin de Grado se pedirá al alumno que haga un estudio del arte sobre las ecuaciones diferenciales ordinarias con retardo y la estabilidad en algunos casos más sencillos, también se pedirá el estudio de la convergencia de algunos métodos numéricos para este tipo de problemas. Finalmente, el alumno tendrá que programar y comparar alguno de los algoritmos más corrientes en algún problema concreto.
2.	CLASES CARACTERÍSTICAS DE ESTRUCTURAS GEOMÉTRICAS	ANTONIO FERNÁNDEZ MARTÍNEZ	El título de este trabajo fin de grado se corresponde con la primera sección del aclamado artículo de Atiyah, Bott y Patodi "On the Heat Equation and the Index Theorem" en el cual se da una demostración del teorema del índice utilizando las clases características de operadores diferenciales en lugar de las técnicas de topología global del artículo de Atiyah y Singer o analíticas en el artículo de Atiyah y Bott. De este modo, el objetivo será la caracterización de Gilkey de las clases de Pontrjagin de las estructuras riemannianas como las únicas invariantes valorados en el álgebra exterior con una condición de racionalidad y homogeneidad. El trabajo comenzará con la definición de conexión en un fibrado vectorial complejo como un operador diferencial de primer orden de las secciones del fibrado vectorial a las 1-formas sobre la base a valores en el fibrado vectorial, de manera que se recomienda que el alumno adjudicatario de este trabajo maneje con soltura este tipo de conceptos.
3.	MÉTODOS NUMÉRICOS PARA LA VALORACIÓN DE OPCIONES	JESÚS VIGO AGUIAR	Se trata de un trabajo para aquellos alumnos que hayan cursado asignaturas de métodos numéricos III y métodos numéricos en finanzas. En este trabajo se ponen en contexto algunos conceptos de finanzas y modelado de activos tratados en esas asignaturas, se introducen las opciones Europeas y Americanas y se da una solución al problema de la valoración de dichas opciones, por medio de métodos en diferencias finitas. Básicamente después de una introducción se desarrollarán: El análisis Black-Scholes, Condiciones iniciales y frontera para opciones Europeas, Fórmula Black-Scholes para opciones Europeas, Las griegas , MDF, Método de lineas, valoración de opciones americanas y ejemplos numéricas de ambos tipos de opciones.
4.	AUTOMORFISMOSDE G-ESTRUCTURAS	ANTONIO FERNÁNDEZ MARTÍNEZ MARÍA TERESA DE BUSTOS MUÑOZ	Dada una estructura matemática, uno de los objetos matemáticos básicos es su grupo de automorfismos. El objeto de este Trabajo Fin de Grado es el estudio de los grupos de automorfismos de estructuras geométrico-diferenciales. Más concretamente, se verá una teoría general de automorfismos con especial énfasis en la cuestión de cuándo el grupo de automorfismos puede ser dotado de una estructura de grupo de Lie. El concepto de G-estructura permitirá tratar de una forma unificada muchas de las estructuras geométricas. El trabajo comenzará con la definición de G-estructura de una variedad diferenciable como un subfibrado del fibrado principal de las referencias lineales de la variedad, con grupo estructural G. De este modo, el alumno adjudicatario de este trabajo deberá contar con un conocimiento sólido de la teoría de fibrados principales, fibrados asociados y conexiones.
5.	NÚMERO REPRODUCTIVO BÁSICO: DEFINICIÓN, ORIGEN Y CÁLCULO	MIGUEL ÁNGEL GONZÁLEZ LEÓN ÁNGEL MARÍA MARTÍN DEL REY	El número reproductivo básico es un parámetro umbral de extrema importancia en el estudio matemático de la propagación de agentes biológicos o de cualquier otro tipo (Epidemiología Matemática). Ello es debido a que dicho coeficiente nos indica de antemano si la aparición de un cierto brote infeccioso va a dar lugar a una epidemia (esto es, a un crecimiento del número de individuos infectados) o se va a extinguir por sí sólo. Consecuentemente juega un papel fundamental en el estudio de la estabilidad de los diferentes puntos de equilibrio (libre de infección y endémicos) que aparecen en los modelos matemáticos.
6.	LA ALTERNATIVA DE FREDHOLM Y APLICACIONES	ÁNGEL TOCINO	Después de una introducción motivada (por ejemplo, por los sistemas finitos de ecuaciones lineales), se presentará el teorema de la alternativa de Fredholm en el marco de los operadores compactos entre espacios normados, desarrollando todos los aspectos necesarios para su demostración. Se completará el estudio teórico con algunas de sus aplicaciones más conocidas: ecuaciones integrales de Fredholm y Volterra, sistemas lineales infinito-dimensionales, ecuaciones en derivadas parciales, problemas de contorno, etc.

7.	TEORÍA DE DISTRIBUCIONES	JESÚS RODRÍGUEZ LOMBARDERO	La teoría de distribuciones permite extender de modo natural el cálculo diferencial a una clase de objetos, llamados distribuciones o funciones generalizadas, que contienen a las funciones continuas con soporte compacto. Algunas de las "funciones" introducidas en Física, como la delta de Dirac, que no son funciones en el sentido estricto, se engloban dentro de la teoría de distribuciones. Esta teoría tiene numerosas aplicaciones tanto en Matemáticas (soluciones generalizadas de ecuaciones diferenciales) como en Física. El trabajo propuesto es el estudio de la teoría de distribuciones, derivación, producto de convolución, transformación de Fourier para las distribuciones temperadas, y la demostración de algunos resultados fundamentales, como el teorema de estructura, que asegura que toda distribución con soporte compacto en Rn es suma de derivadas de funciones continuas con soportes compactos, o el teorema de Paley-Wiener-Schwartz, que caracteriza las transformadas de Fourier de las distribuciones con soporte compacto en Rn como funciones enteras en Cn de tipo de crecimiento exponencial. La teoría general se aplicará a la resolución de ecuaciones en derivadas parciales lineales.
8.	MULTIPLICADORES EN $L^p(R)$	MERCEDES MALDONADO CORDERO	El concepto de multiplicador aparece por primera vez en análisis armónico asociado a la teoría de series de Fourier, con el propósito de describir las sucesiones {cn } para las que $\sum_n a_n e^{int}$ es la serie de Fourier de una función periódica integrable. Posteriormente, el término ha sido empleado en otras áreas del análisis, tales como el estudio de las propiedades de la transformada de Fourier y sus extensiones, el estudio de las series de Fourier conjugadas, la teoría de integrales singulares e integración fraccionaria, la teoría de interpolación, procesos estocásticos, ecuaciones en derivadas parciales, etc. El propósito del trabajo que se oferta es el estudio de los operadores lineales y continuos, entre los espacios Lp(R) que conmutan con traslaciones, que son, esencialmente, convolución con distribuciones temperadas y, vía la transformación de Fourier, producto por ciertas funciones (lo que justifica el término "multiplicador").
9.	TEOREMAS DE ESTRUCTURA LOCAL DE LOS SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS.	RICARDO J. ALONSO BLANCO	El objetivo del trabajo propuesto es enunciar y demostrar con el debido detalle los teoremas de estructura local de los flujos de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, o campos de vectores tangentes, en sus puntos singulares. La estructura local de las soluciones de un campo alrededor de un punto regular es trivial [3], [2]: localmente (fijado el número de incógnitas) son todas equivalentes mediante un cambio de variables adecuado. Sin embargo, alrededor de los puntos singulares (ceros del campo que define el sistema) la estructura puede ser complicada. Los resultados que deberían alcanzarse relacionan dicha estructura con la aproximación lineal del sistema y comprenden el Teorema de Hartman-Grobman y el teorema de la Subvariedad Estable (ver, por ejemplo, [1], [4], [5]). Además de las propias demostraciones, será necesario desarrollar convenientemente algunas herramientas previas que comprenden ciertos resultados sobre espacios de funciones, teoremas de punto fijo y algunos tipos de ecuaciones integrales, de manera que la memoria final sea autocontenida, supuestos los conocimientos comunes adquiridos en el grado.
10.	FIBRADOS VECTORIALES SOBRE CURVAS ALGEBRAICAS	ANA CRISTINA LÓPEZ MARTÍN	El trabajo tiene como objetivo fundamental introducir al alumno en el estudio de los fibrados vectoriales sobre curvas algebraicas. Tras desarrollar la equivalencia que existe entre dichos fibrados y los haces localmente libres, se estudiarán los conceptos y resultados que permiten llegar a la clasificación de los fibrados vectoriales en curvas lisas racionales y elípticas. Finalmente, y si fuese posible, se analizarán los problemas que aparecen cuando la curva es singular y algunas generalidades sobre el uso de curvas reducibles en el estudio de los fibrados vectoriales.
11.	TEOREMA DE WHITEHEAD	BEATRIZ GRAÑA OTERO	Si dos espacios topológicos conexos son homotópicamente equivalentes, sus grupos de homotopía son isomorfos. El teorema de Whitehead estudia la implicación inversa, que se expresa de la siguiente forma: si f: X --> Y es una aplicación continua di CW-complejos (non necesariamente celular) que induce un isomorfismo entre los grupos de homotopía en todos los órdenes, entonces X e Y son homotópicamente equivalentes. La demostración del teorema emplea nociones standard de la teoría de homotopía, por ejemplo, la sucesión exacta larga de homotopía) y de la teoría de los CW-complejos. El resultado es en sí mismo sorprendente porque no dice que si los grupos de homotopía de dos CW-complejos son isomorfos entonces los espacios topológicos sean homotópicamente equivalentes.
12.	INVERSAS GENERALIZADAS EN ESPACIOS VECTORIALES DE DIMENSIÓN FINITA E INFINITA.	FERNANDO PABLOS ROMO	El trabajo consistirá en la recopilación, por parte del estudiante, de forma autónoma de resultados relacionados con inversas generalizadas tanto en espacios vectoriales de dimensión finita, como infinita. A partir de las definiciones clásicas de inversas de matrices no cuadradas a singulares (inversa de Drazin, inversa de Moore-Penrose o inversas reflexivas), el estudiante deberá

			interpretar dichos resultados a partir de aplicaciones lineales en espacios vectoriales de dimensión finita, hacer una aproximación de los mismos al ámbito de endomorfismos con núcleo no trivial en espacios vectoriales de dimensión infinita y utilizar estas nociones para el estudio de sistemas de ecuaciones lineales.
13.	ESPACIOS DE STONE	Mª TERESA SANCHO DE SALAS	Este trabajo pretende el estudio de los espacios de Stone y como aparecen en las distintas ramas de las matemáticas. Los espacios de Stone son los espacios compactos, separados y totalmente inconexos. Desde el punto de vista de la topología son los espacios topológicos de dimensión 0. La primera parte del trabajo consistirá en dar la equivalencia entre los espacios de Stone y las algebras de Boole. Además, se hará un estudio detallado del espacio de Cantor. La segunda parte se estudiará como los espacios de Stone aparece en el Algebra. Son espacios de Stone con estructura de grupo o de anillo como el grupo absoluto de Galois de un cuerpo, las algebras completas etc que se estudian en teoría de números.
14.	FUNCTORES REPRESENTABLES. CONSTRUCCIÓN DEL ESQUEMA GRASMAIANA	ARTURO ÁLVAREZ VÁZQUEZ	Este trabajo fin de grado pretende dar continuación y aplicación a los conocimientos adquiridos en las asignaturas de geometría, álgebra y topología impartidas a lo largo del grado de matemáticas. Para la realización de este TFG es aconsejable que el alumno tenga unos rudimentos básicos de la teoría de categorías y de la teoría de haces en topología. Las matemáticas siempre han señalado o priorizado el estudio de ciertos objetos sobre otros, los números, los poliedros regulares, …, La misma reunión de algunos de estos objetos matemáticos vuelve a dar objetos matemáticos de interés, es donde aparecen los espacios de moduli. Así, por ejemplo, reuniones de curvas elípticas, salvo equivalentes, formas ciertos espacios que vuelven a ser curvas, las curvas modulares. Con la aparición a mediados del siglo XX de la teoría de categorías, se les dio a estos problemas de moduli un nuevo punto de vista. El objeto de este TFG consistirá en estudiar, este “nuevo” punto de vista, es decir, la noción en categorías de functor representable. Aplicar este estudio a la categoría de esquemas y concluir el trabajo con la construcción de la Grassmaniana como esquema. El texto a seguir será el SGA I, la edición de 1971.
15.	DEFORMACIONES DE VARIEDADES ALGEBRAICAS Y MÓDULI LOCAL	DANIEL HERNÁNDEZ RUIPÉREZ (solo se oferta si se añade cotutor)	El trabajo es una introducción a la teoría de deformaciones de variedades algebraicas no singulares con especial énfasis en el caso de curvas algebraicas. La teoría de deformaciones permite abordar problemas de móduli local de variedades algebraicas de modo constituyendo un método para conocer la estructura local de los “espacios de móduli”, es decir, de los espacios cuyos puntos se corresponden con las variedades de una determinada familia. Un ejemplo será el de la familia de las curvas algebraicas no singulares de género fijo. Esta familia puede dotarse (bajo ciertas hipótesis que no serán importantes para el trabajo) de la estructura de una variedad algebraica. La teoría de las deformaciones permite en este caso determinar cómo es esta variedad en “un entorno del punto correspondiente a una curva prefijada” y determinar su dimensión. El estudiante tendrá la oportunidad de utilizar diversas técnicas de álgebra conmutativa y geometría algebraica en un problema concreto. Deberá revisar la teoría de derivaciones y diferenciales, estudiar el concepto de deformación infinitesimal de una variedad y su relación con derivaciones locales (o vectores tangentes) y calcular el espacio de estas deformaciones, primero en el caso afín, y luego en general como un grupo de cohomología. Para eso tendrá que utilizar métodos de álgebra conmutativa en el caso afín, y métodos cohomológicos en el caso general. Finalmente, deberá comprender la relación entre las deformaciones y los espacios de móduli locales.
16.	CURVAS Y JACOBIANAS	ESTEBAN GÓMEZ GONZÁLEZ	El estudio de las curvas a través de su variedad jacobiana ha sido de interés desde el siglo XIX. De hecho, la variedad jacobiana como variedad abeliana principalmente polarizada caracteriza a la curva algebraica íntegra completa no singular. En este trabajo se realizará la construcción algebraica como esquema de la jacobiana asociada a una curva algebraica íntegra completa no singular y su polarización principal. Para ello será necesario dotar de estructura de esquema al conjunto de los divisores efectivos de grado dado sobre una curva y la jacobiana clasificará los divisores sobre la curva módulo la equivalencia lineal. También se estudiarán algunos problemas clásicos como el morfismo de Abel (integrales abelianas) y se realizará el estudio particular de las curvas elípticas.

			Si el estudiante está interesado, se puede realizar la construcción analítica de la jacobiana asociada a una superficie de Riemann compacta.
17.	INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE STANLEY-REISNER	FERNANDO SANCHO DE SALAS	Se trata de desarrollar los fundamentos básicos de la teoría de Stanley-Reisner. Para ello, en primer lugar, hay que dar unas breves nociones de complejos simpliciales abstractos (finitos) y en segundo lugar introducir la noción de anillo Cohen-Macaulay y sus propiedades más básicas. El objetivo fundamental es el teorema de Stanley que relaciona la Cohen-Macaulicidad del anillo (denominado de Stanley-Reisner) asociado a un complejo simplicial abstracto con propiedades puramente topológicas de dicho espacio simplicial.
18.	REVESTIMIENTOS CÍCLICOS DE CURVAS ALGEBRAICAS.	FRANCISCO J. PLAZA MARTÍN	El trabajo propuesto consiste en realizar una revisión bibliográfica, a partir de las referencias mencionadas, sobre la clasificación de los revestimientos cíclicos de curvas algebraicas. Será especialmente interesante, expresar esta clasificación en términos geométricos (haces de línea y divisores), en términos más algebraicos (p.ej. cuerpos de funciones) o incluso topológicos (grupo fundamental). En función de la profundidad de la parte anterior, podría llegar también a considerarse la conexión con la teoría de Galois, el estudio en la situación relativa para familias de curvas, o la relación con el grupo fundamental (definido por Grothendieck).
19.	TRANSVERSALIDAD: TEOREMA DE SARD.	PABLO M. CHACÓN	Un resultado bien conocido de geometría diferencial nos dice que la antiimagnen de un valor regular de una aplicación diferenciable entre variedades diferenciables genera una nueva subvariedad. Como extensión a esta situación nos podemos plantear la pregunta de cuándo la antiimagen de una subvariedad es también una subvariedad. Para responder a esta cuestión hacemos uso de la transversalidad. La transversalidad y la teoría de la intersección ofrecen dentro de la topología diferencial un amplio abanico de resultados. El objetivo de este trabajo de fin de grado es iniciarse en estos conceptos. Tras unas primeras definiciones sobre transversalidad daremos la demostración del teorema de Sard, con las incursiones necesarias en teoría de Morse y homotopía. Una primera aplicación de estos resultados será el teorema de embebimiento de Whitney. Introduciendo el concepto de variedad con borde podemos analizar diversas aplicaciones del teorema de Sard. En función del interés del estudiante se podrán incluir en el trabajo resultados de teoría de la intersección, teoremas de extensión, de separación de Jordan-Brower, etc.
20.	GEOMETRÍA DEL FIBRADO TANGENTE DE UNA VARIEDAD RIEMANNIANA Y LOS CAMPOS VECTORIALES ARMÓNICOS	ANTONIO LÓPEZ ALMOROX	El estudio de la geometría del fibrado tangente $p: TM \to M$ de una variedad riemanniana (M,g) se remonta a los trabajos de Sasaki ([9]) quien introdujo una estructura riemanniana G natural en TM por medio de la métrica g y del morfismo de conexión asociado a la conexión de Levi-Civita de (M,g). Posteriormente, Dombrowski ([3]), Kowalski ([7]) y Aso ([1]) entre otros, estudiaron las propiedades geométrico-diferenciables de la estructura riemanniana de Sasaki (TM, G) y su relación con las de (M, g). Unos años después, Cheeger y Gromoll [2] definieron nuevas estructuras riemannianas en TM que fueron analizadas por Musso y Tricerri ([8]), Sekizawa ([10]) y Gudmundsson y Kappos ([5] y [6]). Señalemos que recientemente han aparecido diversas generalizaciones de estos resultados que han sido aplicados al estudio de diversos problemas geométricos y físicos. En particular, el estudio de los llamados campos vectoriales armónicos de una variedad riemanniana ([4]) hace uso de estos resultados al analizar los mínimos del problema variacional asociado a la energía de Dirichlet de los campos vectoriales entendidos como morfismos diferenciables entre las variedades riemannianas (M,g) y (TM, G). El proyecto que se presenta es un trabajo de revisión bibliográfica e investigación centrado en la geometría del fibrado tangente de una variedad riemanniana y algunas de sus aplicaciones como son los campos vectoriales armónicos. Tras la construcción de la fibración tangente $p: TM \to M$ de una variedad diferenciable y el estudio de las propiedades del subfibrado vertical $V(TM)= \ker p^*$, en una primera fase el/la estudiante deberá centrarse en el caso riemanniano y analizar cómo el morfismo de conexión de Dombrowski $K: T(TM) \to p^*(TM)$ asociado a la conexión de Levi-Civita de (M,g), permite construir el subfibrado horizontal $H(TM) = \ker K$. Los isomorfismos de fibrados vectoriales de levantamiento horizontal $Lh: p^*(TM) \to H(TM)$ y vertical $Lv: p^*(TM) \to V(TM)$ permiten descomponer $T(TM) = V(TM) H(TM)$ y descomponer cada campo vectorial ξ de TM en sus componentes vertical ξv y horizontal ξh. La métrica de Sasaki G en TM se construye mediante $G(\xi, \xi'):= g(p^*(\xi), p^*(\xi')) + g(K(\xi), K(\xi'))$ respecto de la cual los subfibrados vertical y horizontal son ortogonales. Se introduce en TM una estructura casi-compleja J, en general no integrable, mediante $J(\xi) = J(\xi h, \xi v) = (-\xi v, \xi h)$, así como la estructura simpléctica Ω, dependiente de la métrica g, definida por $\Omega(\xi\ \xi') := G(J(\xi), \xi')$ lo que permite dar, como aplicación,

			una formulación simpléctica sencilla del flujo geodésico de (M,g). Dentro de este formalismo se analizarán también las estructuras riemannianas introducidas por Cheeger y Gromoll en TM. Se propondrá al/a la estudiante que desarrolle alguna aplicación geométrica de la técnicas y resultados anteriores como por ejemplo, el estudio de la energía de Dirichlet de los campos vectoriales (entendidos como aplicaciones diferenciables entre las variedades riemannianas (M,g) y (TM, G)) y su relación con los llamados campos vectoriales armónicos de la variedad riemanniana (M,g). Para ello deberá entender previamente aquellos aspectos geométricos de los campos vectoriales diferenciables a lo largo de aplicaciones entre variedades riemannianas necesarios para describir los aspectos variacionales de las aplicaciones armónicas. El objetivo es describir y caracterizar los campos vectoriales armónicos en (M,g) como secciones del fibrado tangente de dicha variedad riemanninana que son armónicas respecto a la estructura riemanniana (TM, G).
21.	REVISIÓN DE MÉTODOS MULTIVARIANTES SUPERVISADOS Y NO SUPERVISADOS	ANA B. NIETO LIBRERO NEREA GONZÁLEZ GARCÍA	El objetivo principal del trabajo es que el estudiante realice una revisión bibliográfica de algunas de las técnicas multivariantes, supervisadas y no supervisadas, más utilizadas en la actualidad, como el análisis de componentes principales y los métodos de regresión, o sus distintas alternativas. El estudiante deberá adquirir los conocimientos para comprender los métodos de análisis de datos multivariantes, y estudiar las principales propiedades teóricas sobre las que se sustentan estos. Por último, el estudiante deberá poner en práctica los conocimientos adquiridos utilizando algún lenguaje de programación, como R o Python, para el análisis de un conjunto de datos real o simulado.
22.	APLICACIONES HOLOMORFAS Y PROPIAS ENTRE SUPERFICIES DE RIEMANN	PASCUAL CUTILLAS RIPOLL	Deberá realizarse en primer lugar una presentación de los conceptos y resultados básicos relacionados con las superficies de Riemann (consideradas como variedades complejas de dimensión 1). Después de esto se introducirán brevemente aquellas ideas y resultados sobre la teoría de revestimientos de una variedad topológica, cuya presentación sea conveniente para poder usarlas en el resto del trabajo. Una vez expuestos estos preliminares, se estudiarán las propiedades de las aplicaciones holomorfas, propias y no constantes entre superficies de Riemann, incluyendo su relación con los revestimientos ramificados holomorfos. Posteriormente se pasará a enunciar y demostrar el teorema de extensión de esta clase de aplicaciones, cuando la segunda de las superficies sea el abierto complementario de algún subconjunto discreto de otra superficie de Riemann. Finalmente, como aplicación, se verá cómo puede definirse de modo natural una estructura holomorfaa en el complementario del conjunto de los puntos singulares de una curva proyectiva plana algebráica e irreducible, y se demostrará que hay una única superficie de Riemann compacta que coincide con el citado complementario salvo un conjunto finito de puntos.
23.	LA FUNCIÓN ZETA DE RIEMANN Y LA DISTRIBUCIÓN DE LOS NÚMEROS PRIMOS.	LUIS MANUEL NAVAS VICENTE	exponer una demostración del llamado teorema de los números primos, que expresa la distribución asintó<ca de la función π (x) que cuenta el can<dad de primos menores o iguales que una cota dada, cuando ésta <ende a infinito. El teorema dice que: $\pi(x) \sim \frac{x}{\log(x)}$ ($x \to \infty$) o sea $\lim_{x\to\infty} \frac{\pi(x)/x}{1/\log(x)} = 1$ o en palabras, que la proporción de primos entre los primeros números, o sea π (x)/x, es aproximadamente 1/ log(x) , cuando es suficientemente grande. Equivalentemente, la probabilidad de que un número elegido al azar de entre 1, 2…, x sea primo es aproximadamente 1/ log(x). Por ejemplo, hay 78498 primos menores que un millón, o sea $\pi(10^6) = 78498$ y $10^6 / \log 10^6 \approx 72382$. El cociente es aproximadamente 1,0844. Cómo puede observarse, la aproximación no es tan buena con un millón, mejorará con números más grandes, aunque no nos dará nunca una fórmula exacta, y además la fórmula es una proporción, no una diferencia. El obje<vo más general del trabajo será estudiar la relación entre la distribución de los números primos y la distribución de los ceros de la función zeta de Riemann, según permita el <empo y la limitación de la extensión de la memoria. La primera relación de la función zeta con los primos se debe a Euler, que descubrió la **fórmula del producto** epónima: $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} = \prod_{p \text{ primo}} \left(1 - \frac{1}{p^s}\right)^{-1}$ Esta relación entre la suma, que define a la función zeta, y el producto sólo sobre primos, codifica analí<camente la propiedad de factorización única en primos de un número natural. Riemann encontró la manera de comparar esta fórmula del producto con otra, más natural desde el punto de vista del análisis, que factoriza ζ(s) en términos de sus ceros, igual que factorizamos un polinomio. Obtuvo una serie que expresa π (x) como lo que viene a ser una serie de Fourier, cuyas frecuencias están relacionadas con los ceros, dando lugar a la llamada música de los

			primos, puesto que una serie de Fourier se puede escuchar como una onda sonora. Además, sólo con el término principal de esta serie obtenemos el teorema de los números primos, ¡un pequeño corolario de la serie completa…! El problema es que no conocemos bien la ubicación de los ceros de la función zeta. Esto es precisamente la esencia de la famosa conjetura (ó hipótesis) de Riemann, uno de los grandes problemas sin resolver de las Matemá<cases actuales, si no el mayor, formando parte de la lista de los llamados problemas del milenio.
24.	CONDICIONES DE ESCISIÓN DE FIBRADOS VECTORIALES EN ESPACIOS PROYECTIVOS COMPLEJOS.	DARÍO SÁNCHEZ GÓMEZ.	El objetivo del trabajo es introducir al estudiante en el problema de determinar bajo qué circunstancias un fibrado vectorial en un espacio proyectivo descompone como suma directa de fibrados de línea. Para ello el estudiante deberá familiarizarse con las nociones y algunas propiedades básicas de los fibrados vectoriales y de los fibrados proyectivos. Además, se realizará un trabajo de revisión bibliográfica de los resultados conocidos más relevantes sobre dicho problema como son la clasificación de los fibrados vectoriales en la recta proyectiva dada por Grothendieck y el criterio de escisión de Horrocks.
25.	REPRESENTACIONES DE QUIVERS Y APLICACIONES AL ANÁLISIS TOPOLÓGICO DE DATOS.	DARÍO SÁNCHEZ GÓMEZ	Una representación de un quiver es una familia de espacios vectoriales y de aplicaciones lineales indexada por los vértices y aristas del grafo dirigido que define el quiver. El objetivo de este trabajo es introducir al estudiante en la teoría de representaciones de quivers desarrollando las técnicas básicas que permiten concluir en el Teorema de Gabriel que afirma que un quiver es de tipo finito si y sólo si su grafo subyacente es unión de diagramas de Dynkin. Una segunda parte de este resultado relaciona las clases de isomorfía de representaciones indescomponibles con el sistema de raíces del grafo subyacente en el quiver. Para alcanzar este objetivo se deberá estudiar la categoría de representaciones de quivers tanto desde un punto de vista algebraico, entendiendo tales representaciones como módulos y utilizando herramientas de álgebra conmutativa, como también desde un punto de vista geométrico, definiendo las variedades de quivers y estudiando los correspondientes sistemas de raíces. Como aplicación, si el desarrollo del trabajo lo permite, se analizarán las conexiones existentes entre la teoría de representaciones de quivers y la noción de persistencia que aparece en el análisis topológico de datos.
26.	APLICACIÓN DE LAS REDES NEURONALES ARTIFICIALES AL BIG DATA EN EL CAMPO FORENSE.	QUINTÍN MARTÍN MARTÍN	En este trabajo el alumno deberá adentrarse en el conocimiento del Big Data junto con el de las redes neuronales artificiales para formar una simbiosis entre ambas. El paradigma de 6V se invoca con frecuencia para definir los principios de Big Data: volumen, variedad, velocidad, veracidad, variabilidad y valor. En el campo médico (Forense) cada vez se disponen de más datos, que una vez tratados, ayuda en la toma de decisiones. Para el estudio de las aplicaciones nos centraremos en las redes neuronales avanzadas. Conviene que el alumno tenga práctica en lenguajes de programación.
27.	CÓDIGOS TÓRICOS	JOSÉ IGNACIO IGLESIAS CURTO	Los códigos algebro-geométrico se obtienen como la imagen de un morfismo de evaluación de un conjunto de funciones sobre puntos de una variedad algebraica. Las propiedades de las funciones y de la variedad permiten estudiar el código resultante. Una clase de este tipo de códigos son los códigos tóricos. Éstos se construyen sobre una superficie tórica mediante evaluación de funciones asociadas a un divisor de Cartier. Las propiedades de esta superficie no sólo permiten estudiar el código obtenido sino también desarrollar algoritmos de decodificación. El objetivo del trabajo es entender y exponer la construcción de códigos tóricos, los resultados que la sustentan, y los algoritmos de decodificación específicos basados en esta construcción.
28.	CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO CONTINUO. PROCESOS ESTOCÁSTICOS DE NACIMIENTO Y MUERTE	FRANCISCO J. VILLARROEL	Los procesos estocásticos de nacimiento y muerte son un tipo particular de cadena de Markov en tiempo continuo. Estos tienen multitud de aplicaciones en biología matemática. Son modelos comunes en epidemiología, modelos matemáticos del cáncer o dinámica de poblaciones. Forman parte de modelos más generales como son las cadenas de Markov en tiempo continuo, definidas por la propiedad de que las probabilidades de transición satisfacen ciertas propiedades y el espacio de estados es continuo. El objetivo del trabajo es desarrollar las ecuaciones diferenciales que rigen estos procesos, estudiar la existencia de soluciones, la distribución estacionaria y ver las diversas aplicaciones en biología matemática, modelos de física radioactiva y física estadística. Como aplicación final se considera la relación de las cadenas de Markov en parámetro continuo con los procesos de difusión.
29.	ESTABILIDAD Y PROPIEDADES DE ECUACIONES DIFERENCIALES ESTOCÁSTICAS	FRANCISCO J. VILLARROEL	Los procesos estocásticos (p.e.) descritos a través de ecuaciones diferenciales estocásticas definen un caso particular de p.e.s del máximo interés por la multitud de aplicaciones que aparecen en Finanza matemática, física estadística y física nuclear, epidemiología o dinámica de poblaciones. Se obtienen como límites adecuados de las Cadenas de Markov en tiempo continuo,

			definidas por la propiedad de que las probabilidades de transición satisfacen ciertas propiedades y el espacio de estados es continuo. Partiendo del conocimiento de la integral de Ito, los objetivos del trabajo propuesto son enunciar y demostrar el teorema de existencia y unicidad de soluciones para estos procesos, sus propiedades como p.e. de Markov, probabilidad de transición, la relación con los procesos de difusión y semigrupos de Markov, y la teoría de la estabilidad de soluciones. También se pretende considerar el problema de existencia de la distribución estacionaria y su relación con los problemas de estabilidad.
30.	MÉTODOS MULTIVARIANTES PARA LA REDUCCIÓN DE LA DIMENSIONALIDAD: ENFOQUE CLÁSICO Y ALTERNATIVAS	ANA B. NIETO LIBRERO NEREA GONZÁLEZ GARCÍA	de las ramas del aprendizaje automático se centra en el estudio y la propuesta de técnicas multivariantes de reducción de la dimensionalidad, con el fin de conocer el comportamiento de un conjunto de observaciones en un espacio de menor dimensión, con pérdida de información mínima. El objetivo principal del trabajo es que el estudiante realice una revisión bibliográfica de algunas de las principales técnicas clásicas, de reducción de la dimensionalidad, como el análisis de componentes principales o el análisis factorial, y de las distintas alternativas que han surgido en los últimos años. El estudiante deberá adquirir los conocimientos suficientes para comprender las versiones clásicas y alternativas de los métodos de reducción de la dimensionalidad, así como sus principales propiedades. Una vez realizada la correspondiente revisión bibliográfica, el estudiante deberá poner en práctica el uso de las técnicas revisadas, analizando datos reales o simulados, mediante la utilización de algún lenguaje de programación, como R o Python.